Science and Education a New Dimension. Natural and Technical Sciences, IX(32), Issue: 255, 2021 Jul. www.seanewdim.com
The journal is published under Creative Commons Attribution License v4.0 CC BY 4.0

Бікомплексний аналіз перетворювальних пристроїв для автономних об'єктів відновлюваної енергетики

Н. В. Беленок

Національний Технічний Університет України «Київський Політехнічний Інститут ім. Ігоря Сікорського», Київ, Україна
*Corresponding author. E-mail: nv_kpi@ukr.net

Paper received 19.07.21; Accepted for publication 02.08.21.

https://doi.org/10.31174/SEND-NT2021-255IX32-06

Анотація. У статті розглядається застосування бікомплексного обчислення при розрахунку перетворювальних пристроїв з багаторазовою модуляцією для використання у автономних об'єктах відновлюваної енергетики. Запропоноване формулювання завдань у гіперкомплексному подані дозволило здійснити стиснення оброблювальної інформації. Метод бікомплексного представлення передбачає пряме та зворотне бікомплексне перетворення, яке дозволяє отримати аналітично повне рішення щодо аналізу системи з багатократною модуляцією.

Ключові слова: *гіперкомплексні числові системи, бікомплексне обчислення, комутаційна функція, перетворювальні пристрої з багаторазовою модуляцією, відновлювальні джерела енергії.*

Вступ. Сучасні системи електропостачання (СЕП) автономних об'єктів на основі відновлювальних джерел енергії (ВДЕ) є нелінійними та багатозв'язковими системами, в яких мають місце складні перехідні процеси та можливе виникнення критичних і хаотичних режимів.

Вивчення структур гіперчислових систем (ГЧС), їх особливостей, методів обчислення та апроксимації елементарних функцій гіперкомплексної змінної дає можливість застосування таких систем для аналізу та розрахунку параметрів перетворювальних пристроїв з багатократною модуляцією при використанні у автономних об'єктах (АО) відновлюваної енергетики. У деяких випадках застосування ГЧС дає змогу замінити вихідну задачу еквівалентною, тобто побудувати квазіаналогову модель розв'язку [1-7].

Для ефективного моделювання розв'язку задач, що стосуються перетворювальних пристроїв для використання у відновлюваних джерелах енергії (ВДЕ), у гіперкомплексній числовій системі необхідно знати дійсний вигляд функцій у цій системі, тобто вигляд складових функцій гіперкомплексної змінної.

Короткий огляд публікацій по темі. На сьогодні відома достатньо велика кількість робіт, присвячених розробці та використанню відновлюваних джерел енергії. Слід відзначити роботи Шидловського А.К., Кириленко О.В., Пивняка Г.Г., Кудрі С.О., Рєзцова В.Ф., Васько П.Ф., Гаєвського О.Ю, Головка В.М., Бєкірова Є.А., Мхітаряна Н.М., Бьюб Р., Твайделла Д., Фаренбруха А.

Мета дослідження полягає у розвитку теорії бікомплексного перетворення для перетворювальних пристроїв із багаторазовою модуляцією при використанні у автономних об'єктах відновлюваної енергетики.

Матеріали та методи. Стаття ґрунтується на публікаціях, де розглянуті гіперкомплексні системи числення, в тому числі бікомплексне перетворення. Застосовуються методи аналізу та розрахунку вихідного сигналу.

Виклад основного матеріалу. Алгоритми координатно-параметричного керування в інваріантних перетворювальних системах спричинили серйозні труднощі при аналізі нестаціонарних процесів у пристроях із багаторазовою модуляцією, що працюють з ВДЕ. З метою вирішення даного завдання, у якості математичного апарату доцільно використовувати гіперкомплексні системи числення. В даному випадку вибір ГЧС зводиться до бікомплексних чисел, за аналогією з класичним комплексним числом, яке має алгебраїчну конструкцію вигляду

$$z = x_1 + ix_2 + jx_3 + kx_4 = \sum_{m=1}^{4} e_m x_m \quad (1)$$

де $(x_1,\ x_2,\ x_3,\ x_4)^{\Upsilon} \in\ R^4$ − точка евклідового простору. У табл.1 наведено множення Келі базисних елементів цієї групи.

Табл. 1.

e_m \ e_m	1	i	j	k
1	1	i	j	k
i	i	-1	k	$-j$
j	j	k	-1	$-i$
k	k	$-j$	$-i$	1

Координати точки вихідного евклідового простору, тобто дійсні множники при $1, i, j, k$, назвемо "компонентами" бікомплексу. Отже, прийнята у визначенні таблиця відрізняється від відповідної таблиці для кватерніонів (гіперкомплексних чисел) тим, що у цьому випадку множення комутативне.

Зазначимо, що i_1, i_2 – уявні одиниці, для яких $i_1^2 = i_2^2 = -1$, однак $i_1 \neq \pm i_2$, а $i_3 = i_1 \cdot i_2$, причому $i_3^2 = 1$, $i_3 \neq \pm 1$. Бікомплексні числа можуть бути отримані комутативним подвоєнням поля комплексних чисел комплексними числами.

Користуючись алгеброю бікомплексного перетворення, розглянемо додаток ГЧС до дослідження перетворювальних пристроїв із багатократною модуляцією для АО ВДЕ.

З точки зору виконання умов інваріантності, доведено, що єдиним варіантом створення структурно-інваріантної перетворювальної системи є послідовне з'єднання модулятора та демодулятора у силовому тракті. Система на основі інформації про вхідну, вихідну напругу та збурюючи впливи, формує комутаційну функцію $\overline{Q}(t)$. Для отримання комутаційної функції $\overline{Q}(t)$ скористаємося формулою Ейлера та приведемо тригонометричний ряд Фур'є до комплексної форми

$$\overline{Q}(t) = \sum_{k=1}^{\infty} C_{(2k-1)} \cdot e^{j(2k-1)\omega t} / \sum_{n=1}^{\infty} C_{(2n-1)} \cdot e^{i(2n-1)\Omega t} \quad (2)$$

де i, j − різні уявні одиниці, що відповідають різним частотам Ω і ω. Таким чином, комутаційна функція в загальному вигляді може бути представлена добутком двох різних за частотою функцій:

$$\overline{Q}(t) = a(\omega t) \cdot b(\Omega t) \qquad (3)$$

Здійснивши комплексне перетворення для складових функцій виразу (3), одержимо

$$\left.\begin{aligned} a(t) &\div \dot{A}_k = a_{\mathrm{m}}\cos\alpha_{\mathrm{m}} + ia_{\mathrm{m}}\sin\alpha_{\mathrm{m}} \\ b(t) &\div \dot{B}_k = b_k\cos\beta_k + jb_k\sin\beta_k, \end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

де m, k − номери гармоніки для ω і Ω ; i, j − різні уявні одиниці, що відповідають різним частотам ω і Ω;

$$\left.\begin{aligned} a_{\mathrm{m}}\sin\alpha_{\mathrm{m}} &= \frac{\omega}{\pi}\int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} a(t)cosm\omega tdt = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} a(\varphi/\omega)cosm\varphi d\varphi\,; \\ a_{\mathrm{m}}\cos\alpha_{\mathrm{m}} &= \frac{\omega}{\pi}\int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} a(t)sinm\omega tdt = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} a(\varphi/\omega)sinm\varphi d\varphi\,; \\ b_{\mathrm{k}}\sin\beta_{\mathrm{k}} &= \frac{\Omega}{\pi}\int_0^{\frac{2\pi}{\Omega}} b(t)cosk\Omega tdt = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} b(\lambda/\Omega)cosk\lambda d\lambda\,; \\ b_{\mathrm{k}}\cos\beta_{\mathrm{k}} &= \frac{\Omega}{\pi}\int_0^{\frac{2\pi}{\Omega}} b(t)sink\Omega tdt = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} b(\lambda/\Omega)sink\lambda d\lambda, \end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

при чому $\varphi = \omega t, \lambda = \Omega t$.

Підставивши вирази (5) в (4), після перемноження $\dot{A}_k$ та $\dot{B}_k$ з урахуванням формули Ейлера одержимо інтегральне перетворення, яке назвемо бікомплексним перетворенням:

$$Q_{mk} = \dot{A}_m\dot{B}_k = \frac{1}{\pi^2}ij\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi} a(\varphi/\omega) \times b(\lambda/\Omega)e^{-im\varphi}e^{-jk\lambda}d\varphi d\lambda \qquad (6)$$

Отримане перетворення є прямим бікомплексним перетворенням.

Обернене бікомплексне перетворення введемо таким чином:

$$Q(t) = Q(\varphi/\omega, \lambda/\Omega) = \frac{1}{4ij}\sum_{m=-\infty}^{\infty}\sum_{k=-\infty}^{\infty}\dot{Q}_{mk}e^{im\varphi}e^{jk\lambda} \qquad (7)$$

З урахуванням виразу (6) отримаємо повне бікомплексне перетворення в інтегральній формі:

$$Q(t) = \frac{1}{4\pi^2}\sum_{m=-\infty}^{\infty}\sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{im\varphi + jk\lambda} \cdot \int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi} a(\varphi/\omega) \times b(\lambda/\Omega)e^{-im\varphi}e^{-jk\lambda}d\varphi d\lambda \qquad (8)$$

Бікомплексне перетворення позначимо оператором $\Gamma_{m,k}[Q(t)] = \dot{Q}_{mk}$ або $\dot{Q}_{mk} \div Q(t)$, тобто вводимо поняття оригіналу й зображення біокомплексної функції.

Зазначимо, що з урахуванням викладеного, відоме комплексне перетворення є частковим випадком бікомплексного, оскільки при постійних $a(t)$ або $b(t)$, коли $m = 0$ або $k = 0$, введені інтегральні перетворення (6) − (8) стають рівними з точністю до постійних співмножників $2i$ або $2j$ відомим виразам комплексного перетворення періодичних функцій [1].

Користуючись основними правилами алгебри бікомплексного перетворення та бікомплексними зображеннями векторних функцій, зображення $Ce^{i\alpha}e^{j\beta}$ назвемо бікомплексною амплітудою гіпергармонічної функції $C\sin(\omega t + \alpha)\sin(\Omega t + \beta)$, а величину $i\omega + j\Omega = \omega_0$ − бікомплексною узагальненою частотою. Роль цих величин при дослідженні систем з багатократною модуляцією аналогічна ролі комплексних амплітуди й частоти при розрахунку електричних кіл з гармонічними напругами й струмами однієї частоти.

Аналогічні поняття вводяться й для m, k – гіпергармонічної складової функції $Q(t)$.

Геометричну інтерпретацію гіпергармонічної функції можна ввести вектором $\bar{C}$, що обертається з кутовою швидкістю Ω у системі координат $X_1 0 Y_1$, яка у свою чергу обертається з кутовою швидкістю ω у нерухомій системі координат $X0Y$ (рис. 1), звідки випливає, що проекція $mod[\bar{C}_4]$ на вісь $0X$ проекції $mod[\bar{C}_3 + \bar{C}_4]$ вектора $\bar{C}$ на вісь $0Y_1$ дорівнює $Csin(\omega t + \alpha) \cdot \sin(\Omega t + \beta)$.

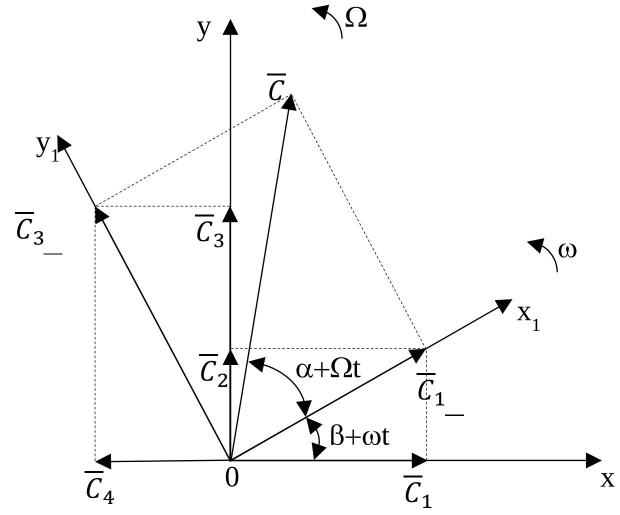

Рис.1. Розглянуту площину можна вважати бікомплексною, якщо покласти, що осі $0X$ й $0Y$ відповідають дійсній (1) і уявній (i_1) осям площини $X0Y$ і дійсній (i_3) і уявній (i_2) осям площини $X_1 0 Y_1$. Тоді вектор $\bar{C}$ відповідає бікомплексній функції

$$\dot{C}(t) = C \cdot e^{i(\omega t+\alpha)}e^{j(\Omega t+\beta)} = C\cos(\omega t + \alpha) \cdot \cos(\Omega t + \beta) + i_1C\cos(\omega t + \alpha)\sin(\Omega t + \beta) + i_2C\sin(\omega t + \alpha)\cos(\Omega t + \beta) + i_3C\sin(\omega t + \alpha)\sin(\Omega t + \beta) = mod[\bar{C}_1] + i_1mod[\bar{C}_2] + i_2mod[\bar{C}_3] + i_3mod[\bar{C}_4] \qquad (9)$$

При цьому бікомплексна амплітуда $\dot{C} = \dot{C}(t)_{|t=0}$ визначиться початковим положенням вектору $\bar{C}$. Такий зв'язок бікомплексних величин і вектору $\bar{C}$ має місце лише при $a \cdot d = b \cdot c$.

Запропонований метод бікомплексного числення можна вважати узагальненням на більш абстрактному рівні відомого інтегрального символічного числення на область функцій гіперкомплексної змінної.

Користуючись конкретними співвідношеннями бікомплексного перетворення можна аналізувати вихідну напругу перетворювального пристрою із багаторазовою модуляцією і здійснювати моделювання систем електроживлення.

На основі проведених теоретичних досліджень розроблено ряд ПП із багаторазовою модуляцією та адаптивним координатно-параметричним керуванням у складі системи електропостачання з ВДЕ, які передбачають формування заданої вихідної напруги довільної форми з необхідною точністю за умови забезпечення інваріантності вихідних координат ПП до виду перетворюваної електроенергії на виході первинної системи з ВДЕ, а також до впливових координатно-параметричних збурень

Для аналізу за допомогою бікомплексного числення структури перетворювальних пристроїв із багатократною модуляцією для ВДЕ розглянемо більш детально вираз для комутаційної функції.

У загальному вигляді вираз (2) має вигляд

$$\overline{Q}(t) = \frac{\frac{4}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\left\{\frac{(-1)^{k-1}}{2k-1}\sum_{l=1}^{N}[g_l'\cos(2l-1)\alpha_l']\right\}\cdot\cos(2k-1)\omega t}{\frac{4}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\left\{\frac{(-1)^{n-1}}{2n-1}\sum_{l=1}^{N}[g_l\cos(2l-1)\alpha_l]\right\}\cdot\cos(2n-1)\Omega t} \qquad (10)$$

Відомо [1], що поліноми від l у виразі (10) можуть бути представлені в замкнутій формі:

$$\sum_{l=1}^{N}\cos(2l-1)\alpha = \frac{1}{2}\cdot\frac{\sin 2N\alpha}{\sin\alpha} \qquad (11)$$

Тоді вираз (10) запишеться у вигляді

$$\overline{Q}(t) = \frac{\frac{g_l' \sin 2N\alpha_l'}{\sin \alpha_l'} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k-1}}{2k-1} \cos(2k-1)\omega t}{\frac{g_l \sin 2N\alpha_l}{\sin \alpha_l} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1} \cos(2n-1)\Omega t} \quad (12)$$

Перетворимо останній вираз до вигляду

$$\overline{Q}(t) = \frac{Д_{n,k} \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k-1} \cos(2k-1)\omega t}{\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cos(2n-1)\Omega t} \quad (13)$$

де $Д_{n,k} = \frac{g_l' \sin 2N\alpha_l'}{\sin \alpha_l'} / \frac{g_l \sin 2N\alpha_l}{\sin \alpha_l}$

З метою подальшого спрощення виразу (13) представимо його знаменник для миттєвого значення аргументу у вигляді

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \cos(2n-1)x = \frac{1}{2} \sec x \quad (14)$$

Помножимо чисельник і знаменник виразу (13) на $\cos \Omega t$. Тоді з урахуванням того, що $(\cos x \cdot \sec x = 1)$, і повертаючись до комплексної форми представлення рядів, отримаємо вираз (13) у вигляді

$$\bar{Q}(t) = Д_{n,k} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1} e^{i(2n-1)\omega t} \times \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k-1}}{2k-1} e^{j(2k-1)\Omega t} \quad (15)$$

Отримаємо вихідний сигнал перетворювального пристрою із багатократною модуляцією в бікомплексній формі може бути представлено виразом

$$\dot{U}_{вих} = Д_{n,k} \dot{F}(i\Omega) \cdot \frac{1}{4ij} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \dot{f}(jk\omega) \cdot \dot{F}(in\Omega) \quad (16)$$

де узагальнена бікомплексна частота відповідає $(i + jq)\Omega$, $q = \omega/\Omega$.

Висновки. Користуючись основними правилами алгебри бікомплексного перетворення та бікомплексними зображеннями векторних функцій, можна аналізувати вихідний сигнал перетворювальних пристроїв із багатократною модуляцією для різних форм вхідного впливу.

Одним з досить перспективних застосувань гіперкомплексного вирахування є перетворення систем диференціальних рівнянь з метою спрощення або стиснення в одне рівняння. Тобто, загальне завдання перетворення може бути сформульовано в такий спосіб: за системою диференціальних рівнянь необхідно знайти таку гіперчислову систему, за допомогою якої вихідну систему можна стиснути в одне рівняння, розв'язок якого можна записати в аналітичному вигляді [8,9].

ЛІТЕРАТУРА

1. Касандров В.В. Алгебродинамика: кватернионы, твисторы, частицы. Вестник РУДН. Серия: Физика. 2000. Выпуск 8(1). С. 34-45.
2. Смолин А.Л. Гиперкомплексные преобразования Лоренца, эфир и остальная физика. Диалог-МГУ. 1999. 105с.
3. Топпан Ф. Алгебра с делением, суперсимметрии и октонионная М-теория. Гиперкомплексные числа в геометрии и физике. № 02(2). 2004. С. 112-129.
4. Balan V. Spectral properties and applications of numerical multilinear algebra of m-root structures. *Hypercomplex Numbers in Geometry and Physics,2* (10). v. 5, p. 101-107. 2008.
5. Goldberg D.E. Genetic algorithms and Walsh functions. *Complex systems.* 1989. №3(2). pp. 129-171.
6. Ludkovsky S.V. Quasi-conformal functions of quaternion and octonion variables, their integral transformations. 2008. *Far East Journal of Mathematical Science (FJMS)* 28, 1. pp. 37-88.
7. Smirnov V.S., Samkov A.V., Bulgach T.V. Theoretical and methodological Aspects of Intensive-converter system of Telecommunication complex organization. Mathematical simulation in electrotecnics, electronics, electroenergetics. 2006. Lviv. Lvivska poleticnica. P.482.
8. Смирнов В.С., Лизанец В.В., Самков А.В., Беленок Н.В., Иваниченко Е.В. Концептуальные основы построения усилительно-преобразовательных систем телекоммуникационного оборудования для фотоэнергетики. Матеріали МНТК «Відновлювана енергетика XXI століття». 2016. К. ІВЕ НАНУ. 29-30 вересня. С.286-290.
9. Смирнов В. С., Беленок Н. В., Иваниченко Е. В. Теоретические основы организации структурно-инвариантных преобразовательных систем автономных объектов для возобновляемой энергетики. «Відновлювана енергетика» 2016. ІВЕ НАНУ. №4(47). С.20-29.

REFERENCES

1. Kasandrov V.V. Algebrodynamics: quaternions, twistors, particles. Bulletin Rossiiskogo Universiteta Druzhby Narodov. Seriya: Physics. 2000. Vyp. 8(1). pp. 34-45.
2. Smolin A.L. Hypercomplex Lorentz transformations, ether and the rest of physics. Dialog-MSU. 1999. 105p.
3. Toppan F. Division algebra, supersymmetries and octonionic M-theory. Hypercomplex numbers in geometry and physics. № 02(2). 2004. pp.112-129.
4. Balan V. Spectral properties and applications of numerical multilinear algebra of m-root structures. *Hypercomplex Numbers in Geometry and Physics,2* (10). v. 5, p. 101-107. 2008.
5. Goldberg D.E. Genetic algorithms and Walsh functions. *Complex systems.* 1989. №3(2). pp. 129-171.
6. Ludkovsky S.V. Quasi-conformal functions of quaternion and octonion variables, their integral transformations. 2008. *Far East Journal of Mathematical Science (FJMS)* 28, 1. pp. 37-88.
7. Smirnov V.S., Samkov A.V., Bulgach T.V. Theoretical and methodological Aspects of Intensive-converter system of Telecommunication complex organization. Mathematical simulation in electrotecnics, electronics, electroenergetics. 2006. Lviv. Lvivska poleticnica. P.482.
8. Smirnov V.S., Lizanets V.V., Samkov A.V., Belenok N.V., Ivanchenko E.V. Conceptual foundations for constructing amplifying-converting systems of telecommunication equipment for photoenergy. Mathematical International Scientific and Technical Conference "Renewable energy XXI century". 2016. IRE National Academy of Sciences of Ukraine. 29-30 September. pp.286-290.
9. Smirnov V.S., Belenok N.V., Ivanchenko E.V. Theoretical foundations of the organization of structurally invariant transformation systems of autonomous objects for renewable energy. "Renewable energy". 2016. IRE National Academy of Sciences of Ukraine. № 4(47). pp.286-290.

Bicomplex analysis of converters for autonomous renewable energy facilities

N.V. Belenok

Abstract. The article covers the use of bicomplex approach in the calculation of converters with multiple modulation used in autonomous renewable energy facilities. The proposed method in the hypercomplex representation leads to a reduction in information processing. The bicomplex representation method includes direct and inverse bicomplex transformation, which allows obtaining analytically complete solution for the analysis of a system with multiple modulation.

Keywords: *hypercomplex numerical systems, bicomplex analysis, commutative function, multiple modulation converters, renewable energy sources.*