

Математическая модель определения предельных деформаций цельной древесины лиственных и хвойных пород

С. С. Гомон

Национальный университет водного хозяйства и природопользования, г. Ровно, Украина
Corresponding author. E-mail: slavagomon@ukr.net

Paper received 29.08.20; Accepted for publication 16.09.20.

<https://doi.org/10.31174/SEND-NT2020-238VIII29-11>

Анотация. Проведен детальный анализ литературных источников зарубежных и отечественных ученых по данной тематике. Приведена методика определения предельных деформаций цельной древесины лиственных и хвойных пород. Установлено, что предельные деформации лиственных (березы, ольхи, ясеня) и хвойных (лиственницы, сосны, ели) соответствуют деформациям при максимальном моменте изгибающего элемента прямоугольного сечения соответствующей древесины. Разработана методика установления предельных деформаций сплошной древесины, используя диаграммы «момент - кривизна» изгибаемых элементов прямоугольного сечения. Приведены последовательность и блок-схему по определению предельных деформаций древесины. Определены коэффициенты функции w_1 , w_2 , w_3 , w_4 для всех исследуемых пород древесины. Построены диаграммы «момент-кривизна» для деревянных балок прямоугольного сечения. Впервые получены числовые значения предельных деформаций древесины березы, ольхи, ясеня, лиственницы, сосны, ели.

Ключевые слова: сплошная древесина, момент, кривизна, предельные деформации, диаграмма «момент-кривизна».

Вступление. Древесина как материал широко встречается в нашей жизни. Такие материалы, изделия, детали, заготовки, элементы, конструкции используются в машиностроении, судостроении, строительстве, транспорте, мебельной промышленности, авиационной отрасли, водном хозяйстве, горной промышленности и других важных отраслях народного хозяйства. С другой стороны их необходимо все-сторонне исследовать для безопасной эксплуатации.

За последние полвека развитие науки и техники вышло на новый уровень. Этот стремительный прогресс коснулся всех отраслей народного хозяйства, в том числе нового испытательного оборудования с очень высокой степенью точности, в том числе и экспериментальных исследований древесины. С помощью такого оборудования можно провести экспериментальные исследования образцов древесины от начала загрузки и к его разрушению, при этом построив полные диаграммы деформирования материала.

Также позволяет глубоко проанализировать их напряженно-деформированное состояние, в том числе основные прочностные и деформативные показатели цельной древесины (начальный модуль упругости, модуль деформаций, критические и предельные деформации, максимальное напряжение).

Анализ последних публикаций. Экспериментальными исследованиями древесины ученые разных стран начали заниматься еще с конца 19 в. Бурное развитие таких исследований наблюдается с середины прошлого века. Исследователи проводили эксперименты на образцах с чистой древесиной и с помощью оборудования механического воздействия, что не позволяло в полной мере проанализировать действительное напряженно-деформированное состояние образца [1,2,3,4]. Такое оборудование позволяло построить диаграмму состояния материала только на восходящей ветви.

С бурным развитием техники инженеры сконструировали испытательные машины и прессы, которые позволяют полностью проанализировать работу того или иного материала от начала загрузки и к разруше-

нию [5]. Также на таком оборудовании возможно построить полные диаграммы «напряжение-деформации», получив при этом нисходящую ветвь [6,7,8,9]. Такую диаграмму можно получить только за жесткого режима испытаний, то есть по приросту перемещений.

Нами были проведены такие экспериментальные исследования образцов различных лиственных и хвойных пород древесины на современной испытательной машине СТМ-100 [10,11,12,13]. По данным экспериментальных исследований были построены полные диаграммы деформирования на сжатие вдоль волокон при различной влажности и возраста цельной древесины с нисходящей ветвью.

Установлена зависимость для описания данных диаграмм [13]. Также определены основные прочностные и деформативные показатели: начальный модуль упругости и модуль деформаций, критические деформации при соответствующем максимальном напряжении. Открытым вопросом остается определение предельных деформаций сплошной древесины, которые находятся на нисходящей ветви диаграммы «напряжение-деформации».

Цель работы. Разработать методику по определению предельных деформаций различных лиственных и хвойных пород цельной древесины.

Материалы и методы. Чтобы определить деформации в изгибающем элементе, которые соответствуют максимальному моменту, следует построить график «момент-кривизна» для деревянной балки. Построение данной диаграммы проводится в следующей последовательности: устанавливается напряженно-деформированное состояние деревянного изгибающего элемента, строятся диаграммы деформирования материала и проводятся необходимые расчеты для построения диаграммы «момент-кривизна».

Основными предпосылками для определения напряженно-деформированного состояния изгибающего элемента являются:

- 1) все необходимые уравнения равновесия, возникающие в поперечном сечении;
- 2) деформирования в поперечном сечении проис-

ходит по линейному закону (то есть с увеличением высоты, деформации увеличиваются пропорционально)

3) использование функций диаграмм деформирования для сжатой и растянутой зон вдоль волокон, полученных на основе экспериментальных исследований.

Поэтому учитывая принятые предпосылки, основным инструментом для деформационной модели является оптимизированные диаграммы деформирования древесины описывающие работу материалов с учетом их упруго-пластической составляющей (Рис. 1, Рис.2)

$$\sigma_{c,d} = f_c(u) = \sum_{i=1}^4 w_i \frac{u_c^i}{u_{c,0,d}^{i-1}}, \quad (1)$$

где $\sigma_{c,d}$ - нормальные напряжения сжатию вдоль

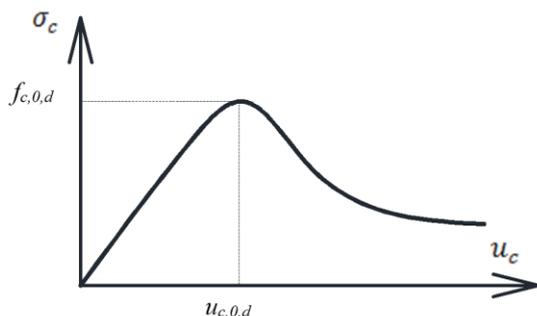


Рис. 2. Оптимизированная диаграмма деформирования древесины сжатию вдоль волокон

волокон;

$u_{c,d}$ - относительные деформации, которые отвечают напряжению $\sigma_{c,d}$;

$u_{c,0,d}$ - критическая деформация древесины, которая отвечает максимальной прочности $f_{c,0,d}$;

w_i - коэффициенты функции (1);

i - количество коэффициентов функции (1) (в данной функции от 1 до 4).

Для определения напряжений в растянутой зоне изгибающего элемента используем функцию

$$\sigma_{t,d} = f_t(u) = E_0 \cdot u_t. \quad (2)$$

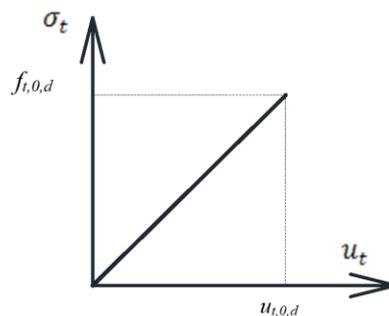


Рис. 2. Диаграмма деформирования древесины растяжению вдоль волокон

Схема распределения усилий и деформаций в расчетном нормальном сечении деревянного изгибающего элемента прямоугольного сечения приведена на рис.3.

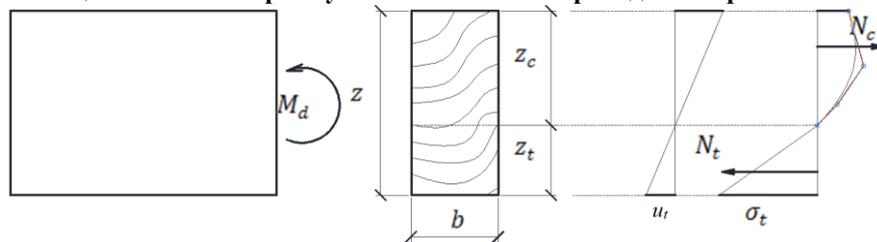


Рис. 3. Схема распределения усилий и деформаций в расчетном нормальном сечении деревянного изгибающего элемента прямоугольного сечения

С использования функций диаграмм древесины уравнений (1) и (2) определим внутренние усилия сжатия и растяжения, возникающих в сечении от действия внешнего момента

$$N_{c,d} = b \cdot z_c \sum_{i=1}^4 \frac{w_i}{i+1} \cdot \frac{w_c^i}{u_{c,0,d}^{i-1}}; \quad (3)$$

$$N_{t,d} = b \cdot z_t \cdot \frac{E_0 \cdot u_t}{2}. \quad (4)$$

Внутренние изгибающие моменты, которые воспринимает сжатая и растянутая зона в изгибающем элементе прямоугольного сечения с учетом оптимизированных диаграмм материала, будут равны

$$M_{c,d} = b \cdot z_c^2 \cdot \sum_{i=1}^4 \frac{w_i}{i+2} \cdot \frac{u_c^i}{u_{c,0,d}^{i-1}}; \quad (5)$$

$$M_{t,d} = b \cdot z_t^2 \cdot \frac{E_0 \cdot u_t}{3}. \quad (6)$$

Суммарный момент, который воспринимает сечение от действия внешнего момента, будет равен

$$M_d = b \cdot z_c^2 \cdot \sum_{i=1}^4 \frac{w_i}{i+2} \cdot \frac{u_c^i}{u_{c,0,d}^{i-1}} + b \cdot z_t^2 \cdot \frac{E_0 \cdot u_t}{3}. \quad (7)$$

Для построения диаграммы «момент-кривизна» используем предложенную в [13] оптимизированную функцию механического состояния древесины

$$\sigma_{c,d} = f_c(u) = \sum_{i=1}^4 w_i \frac{u_c^i}{u_{c,0,d}^{i-1}} \quad (8)$$

Алгоритм построения диаграммы «момент-кривизна» изгибающего элемента из древесины хвойных и лиственных пород прямоугольного сечения приведены на рис.4.

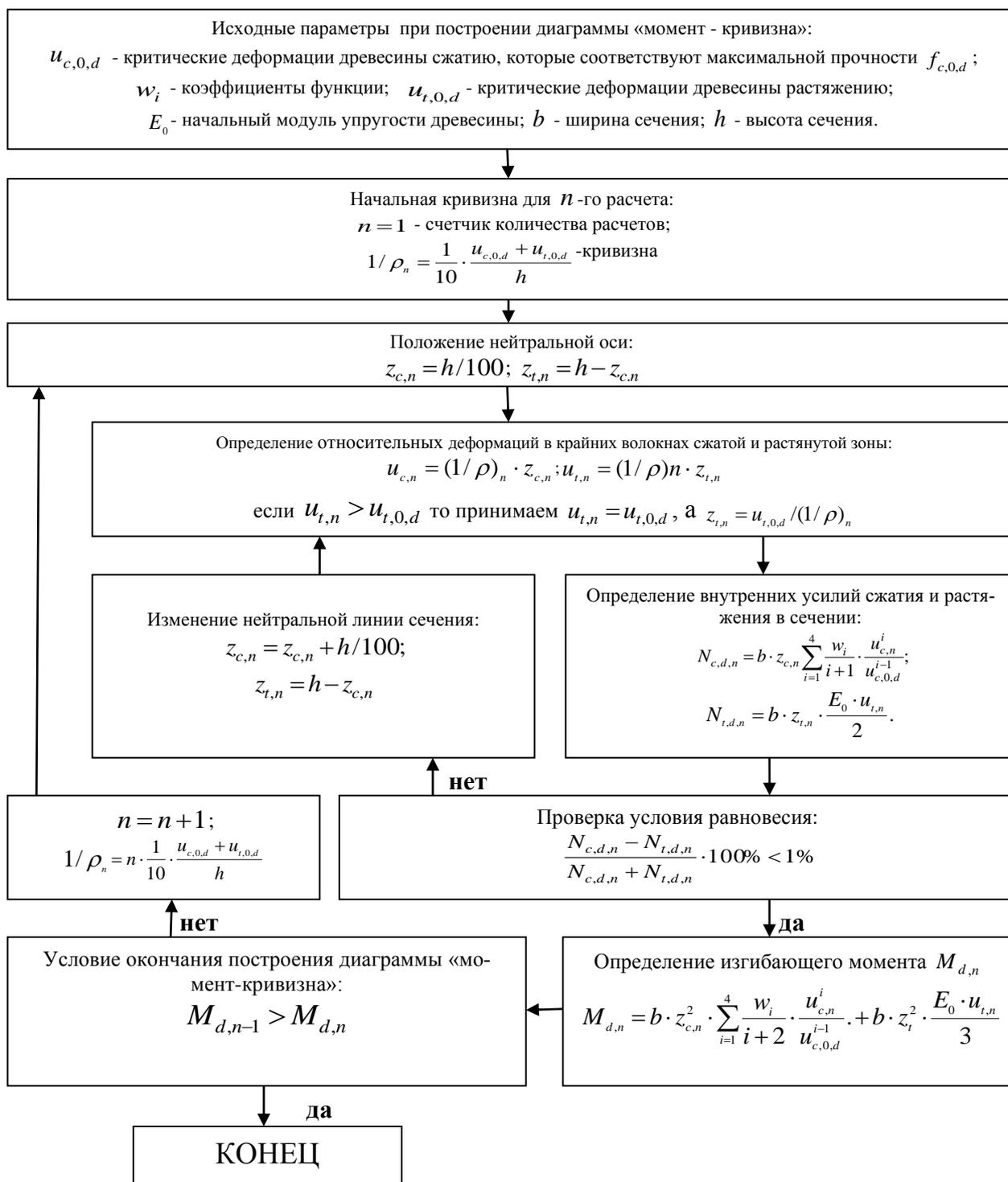


Рис. 4. Алгоритм построения диаграммы «момент-кривизна» изгибающего элемента из древесины хвойных и лиственных пород прямоугольного сечения

Таблица 1 Исходные данные для построения диаграмм «момент-кривизна»

Породы древесины	Коэффициенты функции для описания диаграмм древесины на сжатие вдоль волокон				$u_{c,0,d}$	$u_{t,0,d}$	E_0 , МПа
	w_1	w_2	w_3	w_4			
Сосна	-3916,13	3380,683	-2933,53	12689,09	0,004911	0,00754	12900
Лиственница	-8208	15654	-13234	15102	0,00640	0,00839	13700
Ель	-13599	27676	-20856	16116	0,00467	0,00692	14400
Береза	10,8	-4264	1741	11294	0,00525	0,00894	12300
Ольха	3120	-16393	15026	7313	0,00450	0,00851	12100
Ясень	2138	-6673	-1467	15378	0,00610	0,00844	16000

Результаты исследований. Для построения диаграмм « $M_{d,n}-1/\rho_n$ » наведем исходные данные (Табл.1).
 $M_{d,n}, кНм$

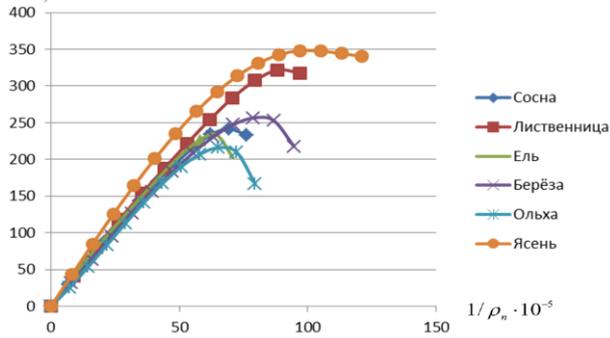


Рис. 5. Диаграммы «момент-кривизна» для хвойных и лиственных пород древесины

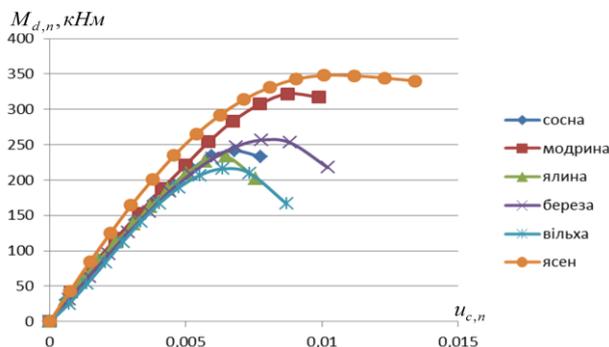


Рис. 6. Диаграммы «момент-деформации» для хвойных и лиственных пород древесины. Предельные деформации древесины определены за рис. 6 и помещены в табл.2.

На основании экспериментально-теоретических исследований были построены диаграммы «момент-кривизна» (Рис.5) и «момент-деформации» (Рис.6).

Таблица 2. Предельные деформации древесины сжатию вдоль волокон $\epsilon_{c,u}$

№	Порода древесины	Предельные деформации древесины сжатию вдоль волокон $\epsilon_{c,u}$
1	Сосна	0,00679
2	Лиственница	0,00874
3	Ель	0,00649
4	Береза	0,00778
5	Ольха	0,00635
6	Ясень	0,01119

Выводы. 1) разработана математическая модель по определению предельных деформаций древесины хвойных и лиственных пород;

2) разработан алгоритм построения диаграммы «момент-кривизна» изгибающего элемента из древесины хвойных и лиственных пород прямоугольного сечения;

3) построены диаграммы «момент-кривизна» на основании оптимизированных диаграмм работы древесины сжатию и растяжению вдоль волокон;

4) впервые получены числовые значения предельных деформаций древесины березы, ольхи, ясеня, лиственницы, сосны, ели.

ЛИТЕРАТУРА

1. Леннов В.Г. Экспериментальное исследование древесины на сжатие и растяжение вдоль волокон с учетом длительного действия нагрузки. Известия вузов. Строительство и архитектура. 1958. №2. С.147-157.
2. Панферов К.В. Деформации древесины под действием повторной статической нагрузки при сжатии вдоль волокон. Вопросы прочности и изготовления деревянных конструкций. Москва, 1952. С. 48-67.
3. Коцегубов В.П. Некоторые вопросы долговременного сопротивления сосны сжатию вдоль волокон. Исследования деформативности и прочности древесины. Москва, 1956. 171 с.
4. Иванов Ю.М. К вопросу исследования разрушение древесины при сжатии вдоль волокон. Труды института леса АН СССР. 1953. Т. IX. С. 88-92.
5. Ясній П.В. Пластично деформовані матеріали: втрома і тріщинотривкість: монографія. Львів: Світ, 1998. 292 с.
6. Zhou A., Bian Y., Shen Y., Huang D., Zhou M. Inelastic bending performances of laminated bamboo beams: experimental investigation and analytical study. BioResources, 2018. 13(1). P. 131-146.
7. Huang D., Zhou A., Bian Y. Experimental and analytical study nonlinear bending of parallel strand bamboo beams. Construction and Buildings Materials, 2013. 35(3). Pp. 585-592.
8. Вареник К. А. Расчет центрально-сжатых деревянных элементов с учетом ползучести: дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01. Новгород Великий: НГУ им. Ярослава Мудрого, 2015. 167 с.
9. Тутурин С.В. Механическая прочность древесины: дис. ... докт. техн. наук: 01.02.04. Москва, 2005. 318 с.
10. Гомон С.С., Гомон П.С. Побудова дійсних діаграм механічного стану деревини « σ - ϵ » суцільного перерізу ялини та берези за жорсткого режиму випробувань. Ресурсоєкономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди. Рівне: НУВГП, 2020. Вип. 38. С. 321-330.
11. Ясній П.В., Гомон С.С. Експериментальні дослідження суцільної деревини конструкційних розмірів з врахуванням фактора вологості. Сучасні технології, матеріали і конструкції в будівництві. Вінниця: ВНТУ, 2020. Том 28. №1. С. 41-48.
12. Gomon S.S. Fluence of age factor on main strength and deformative properties of timber. Сучасні технології та методи розрахунків у будівництві. Луцьк, 2020. Вип.13. С. 35-41.
13. Yasniy P., Gomon S., Gomon P. On approximation of mechanical condition diagrams of coniferous and deciduous wood species on compression along the fibers. Scientific Journal of TNTU. Ternopil: TNTU, 2020. Vol 97. No 1. P.57-64.

REFERENCES

1. Lennov V.G. Eksperimental'noye issledovaniye drevesiny na szhatiye i rastyazheniye vdol' volokon s uchetom dlitel'nogo deystviya zagruzki. Izvestiya vuzov. Stroitel'stvo i arkhitektura. 1958. №2. S.147-157.
2. Panferov K.V. Deformatsii drevesiny pod deystviyem povtornoy staticheskoy nagruzki pri szhatii vdol' volokon. Voprosy
3. Kotsegubov V.P. Nekotoryye voprosy dolgovermennogo soprotivleniya sosny szhatiyu vdol' volokon. Issledovaniya deformativnosti i prochnosti drevesiny. Moskva, 1956. 171 s.
4. Ivanov YU.M. K voprosu issledovaniya razrusheniye

- drevesiny pri szhatii vdol' volokon. Trudy instituta lesa AN SSSR. 1953. T. ÍKH. S. 88-92.
5. Yasniy P.V. Plastychno deformovani materialy: vtoma i trishchynotryvkist': monohrafiya. L'viv: Svit, 1998. 292 s.
8. Varenik K. A. Raschet tsentral'no-szhatikh derevyannykh elementov s uchetom polzuchesti: dis. ... kand. tekhn. nauk: 05.23.01. Novgorod Velikiy: NGU im. Yaroslava Mudrogo, 2015. 167 s.
9. Tuturin S.V. Mekhanicheskaya prochnost' drevesiny: dis. ... dokt. tekhn. nauk: 01.02.04. Moskva, 2005. 318 s.
10. Gomon S.S., Gomon P.S. Pobudova diysnykh diahram mekhanichnoho stanu derevyny «s-u» sutsil'noho pererizu yalyny ta berezy za zhorstkoho rezhymu vyprobuvan'. Resursoekonomni materialy, konstruktsiyi, budivli ta sporudy. Rivne: NUVHP, 2020. Vyp. 38. S. 321-330.
11. Yasniy P.V., Gomon S.S. Eksperymental'ni doslidzhennya sutsil'noyi derevyny konstruktsiyinykh rozmiriv z vrakhuvannyam faktora volohosti. Suchasni tekhnolohiyi, materialy i konstruktsiyi v budivnytstvi. Vinnytsya: VNTU, 2020. Tom 28. №1. S. 41-48.

Mathematical model for determining the ultimate deformations of solid wood of deciduous and coniferous species

S. S. Gomon

Abstract. A detailed analysis of literary sources of foreign and domestic scientists on this topic was conducted. The method of determining the ultimate deformations of solid wood of deciduous and coniferous species is presented. It is established that the ultimate deformations of deciduous (birch, alder, ash) and coniferous (larch, pine, spruce) species by compression along the fibers correspond to the deformations at the maximum moment of the bending element of rectangular cross section. A method for establishing the boundary deformations of solid wood using "moment - curvature" diagrams of bending elements of rectangular cross section. A sequence and block-diagram for determining the ultimate compressive deformations of wood along the fibers have been developed. The coefficients of the polynomial W_1, W_2, W_3, W_4 for all studied wood species are determined. The "moment-curvature" and "moment-deformation" diagrams for wooden beams of rectangular cross-section are constructed. For the first time, numerical values of limiting deformations of birch, alder, ash, larch, pine, and spruce wood were obtained.

Keywords: solid wood, moment, curvature, ultimate deformations, «moment-curvature» diagram.