

Розвиток дослідницьких умінь учнів у процесі розв'язування завдань із параметрами

А. В. Прус*, В. О. Швець

Житомирський державний університет імені Івана Франка, м. Житомир, Україна, Національний педагогічний університет імені М. П. Драгоманова, м. Київ, Україна

*Corresponding author. E-mail: pruswork@gmail.com

Paper received 24.01.18; Revised 27.01.18; Accepted for publication 28.01.18.

<https://doi.org/10.31174/SEND-PP2018-154VI64-11>

Анотація. У статті розглянуто проблему формування дослідницьких умінь учнів. Особливу увагу приділено ролі завдань із параметрами для можливих шляхів її вирішення. Узагальнено власний практичний досвід навчання розумовим діям та операціям у процесі розв'язування завдань із параметрами.

Ключові слова: дослідницькі вміння, завдання із параметрами, евристична бесіда.

Введення. У зв'язку з постійно зростаючим потоком інформації традиційні засоби, форми і методи навчання перестають задовольняти потреби сучасності у підготовці соціально адаптованих членів суспільства. Це зумовлює необхідність у переході на нову форму організації навчання, що спонукатиме до дослідницької діяльності. Тема залишається актуальною також у зв'язку з переходом до компетентнісного навчання, яке спрямоване на підсилення практичної та дослідницької складових навчального процесу, тобто, на формування дослідницьких умінь учнів.

Короткий огляд публікацій по темі. Питання формування пізнавальних умінь учнів, що сприяють підвищенню ефективності навчального процесу й розвитку творчих здібностей у навчанні, порушено у дослідженнях педагогів В. І. Андреева, А. М. Алексюка, Ю. К. Бабанського, В. П. Беспалька, О. І. Бойко, А. О. Боброва, В. К. Буряка, Д. В. Вількеєва, Б. І. Коротяєва, І. Я. Лернера, О. М. Лука, Ю. І. Мальваного, М. І. Махмутова, Л. Л. Момот, Є. К. Мілеряна, В. Ф. Паламарчук, П. І. Підкасистого, Н. А. Рикова, О. Я. Савченко, А. В. Усової, Т. І. Шапової та ін.

Проблему формування пізнавальних умінь школярів, у тому числі навчально-дослідницьких, розробляють і психологи. Серед них відомі праці Д. М. Богоявленського, Г. О. Балла, П. Я. Гальперіна, О. М. Кабанової-Меллер, Ю. М. Кулюткіна, Л. Н. Ланди, М. Д. Левитова, О. М. Леонтьєва, Г. С. Костюка, О. М. Матюшкіна, Н. О. Менчинської, В. О. Моляко, К. К. Платонова, О. І. Раєва, С. Л. Рубінштейна, Н. Ф. Талізної, І. С. Якиманської та ін.

Мета. З'ясувати можливі способи та умови формування основних компонентів дослідницьких умінь учнів у процесі розв'язування завдань із параметрами.

Матеріали і методи. Аналіз навчально-методичної літератури стосовно змісту поняття «дослідницьке вміння» показав, що це складне психічне утворення (синтез дій інтелектуальних, практичних, самоорганізації та самоконтролю – засвоєних і закріплених у способах діяльності), яке лежить в основі готовності школярів до пізнавального пошуку і виникає в результаті управління навчально-дослідницькою діяльністю учнів. Зауважимо, що поряд із терміном «дослідницьке вміння» також досить часто синонімічно вживається поняття «навчально-дослідницьке вміння».

Структура навчально-дослідницького вміння, як визначено у багатьох дослідженнях, зокрема, в [1], включає: *інтелектуальний компонент* (знання, розумові операції аналізу й синтезу, порівняння, узагальнення й систематизації, абстрагування, моделювання, уміння опису об'єктів, що вивчаються чи спостерігаються, індуктивного висновку і встановлення причинно-наслідкових зв'язків, постановки проблеми й висунення гіпотези її вирішення, пошуку й використання аналогії, дедуктивного висновку й доказу); *практичний компонент* (використання навчальної, довідкової та додаткової літератури, добір приладів і матеріалів для експерименту, вимір величин у процесі експерименту, оформлення результатів дослідження у вигляді графіків, таблиць, діаграм і т. ін.); *самоорганізацію і самоконтроль* (планування роботи, раціональне використання часу й засобів діяльності, регулювання й перебудова своїх дій, самоперевірка отриманих результатів, самооцінка).

Основним напрямком підвищення ефективності навчально-дослідницької діяльності є навчання школярів розумовим операціям та діям, які здійснюються поелементно і складають основний компонент структури навчально-дослідницьких умінь спостерігати й порівнювати, встановлювати причинно-наслідкові зв'язки і висувати гіпотези, проводити досліди та експерименти. Зрозуміло, що реалізація дослідницького підходу в освітньому процесі вимагає його нової організації на основі планування спільної діяльності вчителя та учнів. Розглянемо це питання у зв'язку з процесом розв'язування завдань із параметрами.

Зазначимо, що інтерес до завдань із параметрами зростає з кожним роком. За свідченнями науковців та методистів, до середини 60-х років минулого століття такі задачі зустрічались у шкільній практиці та пропонувались до вирішення на вступних іспитах епізодично. Згодом завдання із параметрами почали з'являтися на іспитах, а, отже, і розв'язуватись у школі частіше. Сьогодні значна кількість завдань із параметрами є в діючих шкільних підручниках, і в різноманітних навчально-методичних посібниках для школи. Задачі з параметрами завжди є серед завдань державної підсумкової атестації, зовнішнього незалежного оцінювання тощо. Зростаюча популярність таких задач є не випадковою. Теоретичні наукові дослідження у різних сферах життя часто приводять за допомогою математичного моделювання до дуже складних рівнянь, нерівностей та їх систем, які містять па-

раметри. Можна сказати, що задачі з параметрами, які пропонують для розв'язування учням та студентам, є спрощеним прототипом важливих науково-дослідницьких задач, які, можливо, їм потрібно буде розв'язувати у своїй професійній діяльності. Завдання, у яких є параметри, традиційно вважаються одними із найскладніших для розв'язування в курсі елементарної математики як у загальноосвітній школі, так і у вищому навчальному закладі. Вміння розв'язувати такі справи цілком справедливо вважаються показником рівня математичної компетентності учнів, студентів, оскільки демонструють ступінь засвоєння як теорії з елементарної математики, так і практичного її застосування у нестандартних ситуаціях.

Розпочнемо з лінійних рівнянь з параметрами. Такі рівняння пропонуються до розв'язування учням у першій програмовій темі «Лінійне рівняння з однією змінною» у 7 класі. Розглянемо, як можна організувати діяльність учня, яка б формувала окремі складові його дослідницьких умінь.

Ставимо завдання: розв'язати рівняння $2x + ax = 6$, де x - змінна, a - параметр. Значимо, що вчителю доцільно організувати евристичну бесіду з учнями щодо змісту поняття параметра. У результаті учні повинні самостійно з'ясувати його істотні властивості, а також висунути гіпотези щодо базових кроків розв'язування лінійних рівнянь із параметрами. Наведемо можливий сценарій такої бесіди.

Вчитель. Поняття параметра є у різних науках, наприклад, фізиці, хімії, програмуванні, економіці та ін. Під поняттям параметра розуміють величину, якою характеризують певну властивість, стан, розмір або форму об'єкта, робочого тіла, явища, системи та ін. А що означає термін «параметр» в математиці? Як ви розумієте значення цього слова? (Необхідну інформацію для відповіді учні відразу можуть шукати в Інтернеті, використовуючи планшети, мобільні телефони тощо).

Учні. Термін «параметр» - це термін грецького походження, у перекладі означає «відміряти» або інакше «той що визначає». Параметр як математична величина входить до формул і виразів, до рівнянь та нерівностей, до формулювань у задачах (алгебраїчних та геометричних).

Вчитель. Так. Як правило, значення цієї величини (параметра) є постійним у межах задачі, яка розглядається. Хто може навести відповідні приклади?

Учні. • Наприклад, в геометрії: знайти периметр прямокутника, якщо його сторони a та b . Тоді периметр виразиться формулою $P = 2a + 2b$, де a та b - це будуть параметри. • Наприклад, в алгебрі: знайти час у дорозі мотоцикліста, якщо відомо що він проїхав відстань S зі швидкістю $60 \frac{\text{км}}{\text{год}}$. Тоді час

можна знайти за формулою $t = \frac{S}{60}$, де S - параметр.

(Залежно від класу, учні зможуть навести достатню кількість таких прикладів. Вчителю доцільно доповнити відповіді учнів).

Вчитель. Параметр дає можливість виділити певний елемент з множини елементів того ж роду. Можна також сказати, що параметр - це величина, яка у

певному завданні (рівнянні, нерівності, системі, текстовій задачі) не виражена конкретним числом. Як ви вже знаєте, рівняння виду $ax = b$, де a і b - деякі сталі, називається лінійним рівнянням із однією змінною x . Ці сталі a і b можна вважати параметрами. Певні значення зазначених сталих виділяють одне лінійне рівняння з множини всіх лінійних рівнянь, які задані цією формулою. Якщо $a = 10$ та $b = -5$, то отримаємо звичайне лінійне рівняння $10x = -5$ із змінною x . Якщо $a = 5$, то отримаємо лінійне рівняння $5x = b$ із змінною x та параметром b . Якщо $b = -1,6$, то отримаємо $ax = -1,6$ із змінною x та параметром a і т.д. (Доцільно вчителю самому навести не менше 5-6 подібних прикладів та запропонувати учням придумати лінійні рівняння з параметром). Підсумуємо. Як ви бачите, параметр у завданнях може приймати різні значення.

Учні. Виходить, параметр - це змінна величина?

Вчитель. З математичної точки зору, так, параметр - це змінна величина. Просто цю змінну величину у ході розв'язування часто фіксують для того, щоб мати змогу здійснювати розв'язування відносно іншої змінної. Підкреслимо, що до необхідності розв'язувати завдання з параметрами приводить велика кількість прикладних задач, зокрема, економічних, технічних, медичних тощо. Про це ми ще будемо говорити детальніше у старших класах. Але повернемося до нашого завдання: розв'язати рівняння $2x + ax = 6$, де x - змінна, a - параметр.

Далі вчитель має ставити певну систему запитань учням та направляти їх діяльність для розв'язування поставленого завдання. Серед можливих запитань такі: «Яке перед вами рівняння? Чи є це рівняння лінійним? Як можна зробити його лінійним? Які ви знаєте кроки розв'язування лінійного рівняння? Скільки розв'язків може мати лінійне рівняння? У якому випадку лінійне рівняння має безліч розв'язків - не має розв'язків - має один розв'язок (наведіть приклади)? Як розв'язати задане рівняння з параметром? Які загальні рекомендації можна дати для розв'язування лінійного рівняння з параметром? Які кроки варто завжди здійснювати для розв'язування лінійних рівнянь з параметром? тощо».

Після з'ясування відповідей на поставлені запитання хід розв'язування запропонованого рівняння має бути таким. Перетворимо дане рівняння: $2x + ax = 6 \Leftrightarrow (2 + a) \cdot x = 6$ - це лінійне рівняння з параметром a . Якщо вираз $2 + a$ дорівнює нулю, тоді $a = -2$, то при цьому значенні параметра a рівняння набуває виду $0 \cdot x = 2$. Воно не має розв'язків (множина його розв'язків порожня). Якщо ж, $a \neq -2$, то вираз $2 + a$ при всіх значеннях a , відмінних від -2 , не буде дорівнювати нулю. Тому в цьому випадку розв'язком рівняння буде число $x = \frac{6}{2 + a}$. Значення x залежить від того, яким буде параметр a (бо він той, хто визначає - параметр).

Відповідь слід записати в імплікативній формі: 1) якщо $a = -2$, то $x \in \emptyset$; 2) якщо $a \neq -2$, то $x = \frac{6}{2+a}$.

На нашу думку, важливим у цьому випадку буде як сама дослідницька діяльність, так і її результат (визначення орієнтовних кроків розв'язування лінійного рівняння), оскільки дозволить неодноразово застосувати загальні розумові дії та прийоми розумової діяльності, які, як зазначено вище, становлять вагому складову структури дослідницьких вмій. Варто зазначити, що важливими умовами для їх ефективного формування саме у процесі діяльності із розв'язування завдань із параметрами є такі: 1) систематичне розв'язування таких завдань; 2) розв'язування одного завдання з параметрами різними способами. Зупинимось детальніше на другій умові.

Розв'язування лінійних рівнянь, крім аналітичного методу, можна проводити і графічним методом. Так,

до графічного розв'язування рівняння $2x + ax = 6$ у системі координат xOy можна повернутись під час вивчення програмової теми «Функції» у тому ж сьомому класі (у темі «Лінійна функція, її графік та властивості»). Для лінійних рівнянь та тих, які до них зводяться, такий спосіб розв'язування, зазвичай, не є раціональним. Питання раціональності розв'язування, на нашу думку, теж обов'язково слід обговорити з учнями, оскільки це формує вміння аналізувати, порівнювати та робити висновки. Однак, вважаємо, графічний спосіб є корисний з точки зору формування багатьох компонентів дослідницьких умінь учнів.

Отже, розв'яжемо графічно рівняння $2x + ax = 6$. Використаємо систему координат xOy . Опишемо покроково діяльність вчителя та учнів (див. табл. 1) та з'ясуємо, які елементарні дії зі структури дослідницьких вмій можуть формуватись.

Таблиця 1.

№	Запитання вчителя	Відповіді, у тому числі практичні, учня (учнів)	Яка дія формується
1	Як доцільно подати задане рівняння для його ефективного графічного розв'язування?	Подемо задане рівняння у вигляді $ax = -2x + 6$. Та будемо будувати в системі координат xOy графіки лівої та правої частин рівняння.	Аналіз
2	Графіки яких функцій будемо будувати?	Лінійних функцій $y = -2x + 6$ та $y = ax$.	Порівняння
3	Що є графіком функції $y = -2x + 6$?	Графіком лінійної функції $y = -2x + 6$ є пряма (див. рис. 1)	Синтез
4	Що є графіком функції $y = ax$?	Графіком лінійної функції $y = ax$ з параметром a є сімейство прямих, які проходять через початок координат (див. рис. 1). Причому кожному допустимому значенню параметра відповідає одна пряма.	Уміння опису об'єктів, що вивчаються
5	Як можуть бути розміщені дві прямі на площині?	Дві прямі на площині можуть бути паралельні (не мати спільних точок), перетинатись (мати одну спільну точку), співпадати (безліч спільних точок).	Синтез, моделювання
6	Який випадок розміщення є неможливим для наших прямих?	Очевидно, що випадок - співпадати для прямих $y = -2x + 6$ та $y = ax$ є неможливий.	Порівняння, аналіз, вміння робити висновки
7	При якому значенні параметра прямі будуть паралельні?	При $a = -2$.	Порівняння, вміння робити висновки
8	Які розв'язки має задане рівняння, якщо $a = -2$?	Прямі $y = -2x + 6$ та $y = -2x$ паралельні, тому дане рівняння $2x + ax = 6$ при $a = -2$ розв'язків не має.	Аналіз, вміння робити висновки
9	Як будуть розташовуватись прямі при $a \neq -2$?	Будь-яка інша пряма при $a \neq -2$ із сімейства прямих $y = ax$ буде перетинати пряму $y = -2x + 6$.	Аналіз, вміння робити висновки
10	Скільки розв'язків тоді має рівняння?	Рівняння буде мати один розв'язок.	Аналіз, вміння робити висновки
11	Як знайти абсцису точки перетину графіків функцій?	Знайдемо абсцису точки перетину як розв'язок рівняння $ax = -2x + 6$, звідки $x = \frac{6}{a+2}$. Отже, розв'язком даного рівняння при $a \neq -2$ є $x = \frac{6}{a+2}$.	Синтез
12	Як правильно записати відповідь до завдання?	Відповідь. Якщо $a = -2$, то $x \in \emptyset$; якщо $a \in (-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$, то $x = \frac{6}{a+2}$.	Аналіз

У 8 класі знову можна повернутись до графічного розв'язування рівняння $2x + ax = 6$. Це доцільно зробити після вивчення властивостей та графіка функції

$y = \frac{k}{x}$. Тепер дане рівняння можна розв'язати графічно вже у системі координат xOa . Цей підхід вимагає погляду на параметр вже як на змінну. Цей підхід

буде новим для учнів. Для формування дослідницької діяльності учнів їм можна запропонувати рис. 2 як модель розв'язання поставленої задачі у визначеній системі координат.

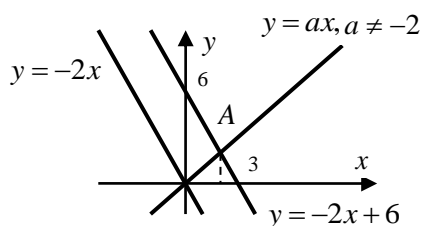


Рис. 1

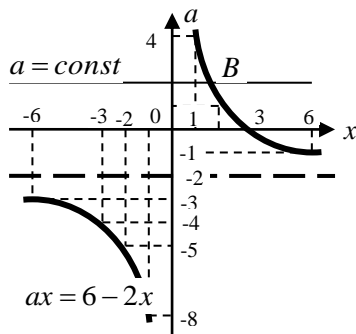


Рис. 2

Аналізуючи рисунок, учні повинні прийти до таких тезисів: 1) у системі координат xOa рівняння $2x + ax = 6$ - це рівняння з двома змінними x та a ; нехай x буде незалежною змінною, a - залежною змінною (по аналогії з осями абсцис та ординат); 2) на рис.2 зображений графік рівняння як графік функції, яка називається обернена пропорційність – це дві вітки гіперболи); 3) пряма $a = -2$ не перетинає графік рівняння $2x + ax = 6$, тому це рівняння не має розв'язків при $a = -2$; 4) будь яка інша пряма $a = const$ буде перетинати зображений графік рівняння в одній точці; 5) абсциса цієї точки буде

розв'язком рівняння $2x + ax = 6$ при відповідному конкретному значенні константи; її можна знайти як розв'язок рівняння $2x + ax = 6$ (нагадаємо, що $a \neq -2$): $x = \frac{6}{a+2}$.

Відповідь. Якщо $a = -2$, то $x \in \emptyset$; якщо $a \in (-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$, то $x = \frac{6}{a+2}$.

Навчати учнів розв'язувати інші рівняння (другого степеня, дробово-раціональні та інші), нерівності (лінійні, другого степеня, дробово-раціональні та інші) потрібно не епізодично, а систематично, в контексті конкретних тем шкільного курсу математики. Для цього мають бути добірки таких завдань, рівень складності яких різний. Це забезпечить диференційований підхід до учнів, дасть змогу навчати кожного на рівні його можливостей.

Нами розроблено посібник [2], який користується попитом і значно допомагає вчителям у навчанні учнів розв'язувати задачі з параметром як в основній, так і в старшій профільній школі.

Результати та їх обговорення. Нами наведений лише один, дуже простий приклад для формування дослідницьких вмінь учнів. Велика кількість інших завдань із параметрами, які можна використовувати для формування дослідницьких вмінь учнів подані у посібнику [2].

Висновки. Підсумовуючи, слід зазначити, що, звичайно, вчителі не можуть приділити багато часу на розв'язування завдань з параметрами. зокрема, лінійних. Це зрозуміло з огляду на зміст та вимоги програми з математики, на кількість годин, які виділяються на вивчення математики в школі. Однак регулярне розв'язування навіть декількох завдань із параметрами буде корисним для розвитку дослідницьких вмінь учнів, а отже, для їх майбутньої професійної діяльності.

ЛІТЕРАТУРА

1. Недодатко Н.Г. Формування навчально-дослідницьких умінь старшокласників: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня к.п.н.: спец. 13.00.09. – Х., 2000. – 19 с.
2. Прус А.В., Швець В.О. Задачі з параметрами в шкільному курсі математики. Начально-методичний посібник. – Житомир: Вид-во «Рута», 2016. – 468 с.

REFERENCES

1. Nedodatko N.G. Formation of Research and Academic Skills of Senior Pupils: author's abstract thesis for the degree of candidate of pedagogical sciences: spec. 13.00.09. – Kh., 2000.-19p.
2. Prus A.V., Shvets V.O. Tasks with Parametres in the School Course of Mathematics. Teaching – methodological textbook. - Zhytomyr: Publishing house "Ruta", 2016. - 468p.

The Development of Research Skills of Pupils in the Process of Doing Sums with Parametres

A. V. Prus, V. O. Shvets

Abstract. The article investigates the problem of formation of research skills of pupils. Special attention is paid to the importance of tasks with parametres for possible ways of their solving. The own practical experience of teaching mental operations in the process of doing sums with parametres has been generalized.

Keywords: research skills, tasks with parametres, heuristic conversation.

Развитие исследовательских умений учащихся в процессе решения задач с параметрами

А. В. Прус, В. О. Швець

Аннотация. В статье рассмотрена проблема формирования исследовательских умений учащихся. Особое внимание уделено роли задач с параметрами для возможных путей ее решения. Обобщен собственный практический опыт обучения умственным действиям и операциям в процессе решения задач с параметрами.

Ключевые слова: исследовательские умения, задачи с параметрами, эвристическая беседа.