Science and Education a New Dimension. Natural and Technical Sciences, IX(31), Issue: 250, 2021 Feb. www.seanewdim.com

PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES

О влиянии свойств минимальных не F-групп на классы групп

А. А. Горепекина, М. М. Сорокина

Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского, Брянск, Россия
Corresponding author. E-mail: mmsorokina@yandex.ru

Paper received 26.01.21; Accepted for publication 12.02.21.

https://doi.org/10.31174/SEND-NT2021-250IX31-02

Аннотация. Рассматриваются только конечные группы. В работе изучаются минимальные не F-группы, где F – некоторый класс групп, являющиеся естественным обобщением таких классических групп, как группы Шмидта и группы Миллера-Морено. Группа называется минимальной не F-группой, если она не принадлежит классу F, а каждая ее собственная подгруппа принадлежит F. Класс F называется классом Фиттинга, если он замкнут относительно взятия нормальных подгрупп и взятия произведений конечного числа нормальных F-подгрупп. В работе установлено влияние свойств минимальных не F-групп на строение заданного класса Фиттинга F.

Ключевые слова: *конечная группа, класс групп, минимальная не* F*-группа, класс Фиттинга,* Ω*-расслоенный класс Фиттинга.*

Введение. Рассматриваются только конечные группы и классы конечных групп. Классом групп называется такое множество групп, которое вместе с каждой своей группой G содержит и все группы изоморфные группе G. В теории классов конечных групп большую роль играют минимальные не $\mathbf{F}$-группы (иначе, $\mathbf{F}$-критические группы) для заданного класса групп $\mathbf{F}$, естественным образом обобщающее такие классические виды групп, как группы Миллера-Морено (минимальные неабелевы группы) и группы Шмидта (минимальные ненильпотентные группы) (см., например, [21, 22]). Группа, не принадлежащая классу $\mathbf{F}$, называется минимальной не $\mathbf{F}$-группой, если все ее собственные подгруппы классу $\mathbf{F}$ принадлежат.

Краткий обзор публикаций по теме. Свойства и строение минимальных не $\mathbf{F}$-групп для определенных фиксированных классов групп $\mathbf{F}$ изучались такими известными алгебраистами, как Т. Хоукс, М. Фрик, Ю.А. Гольфанд, Л. Редеи, Н.Ф. Кузенный, С.С. Левищенко, В.Д. Мазуров, С.А. Сыскин, А.Х. Журтов, В.Т. Нагребецкий, С.Н. Адамов, Н.П. Конторович (см., например, [21, с. 247]). Важные результаты о минимальных не $\mathbf{F}$-группах для произвольной (локальной) формации $\mathbf{F}$ получены в работах В.Н. Семенчука, А.Д. Ходалевича, А.Ф. Васильева, А.В. Сидорова и др. (см., например, [2, 14 – 17, 20]). На важность изучения минимальных не $\mathbf{F}$-групп для различных классов групп $\mathbf{F}$ было обращено внимание Л.А. Шеметковым в его фундаментальной статье «Some ideas and results in the theory of formations of finite groups» [31, с. 12].

Одним из центральных видов классов групп являются классы Фиттинга – классы, замкнутые относительно взятия нормальных подгрупп и произведений нормальных подгрупп, принадлежащих рассматриваемому классу. Первые результаты о классах Фиттинга были получены Б. Фишером в работе [26]. Исследованием классов Фиттинга занимались К. Дерк, Т. Хоукс, Р. Брайс, Дж. Косси, М. Диксон, Ф. Локетт, С. Реффершейд, Н.Т. Воробьев, А.Н. Скиба, Н.Н. Воробьев и многие другие алгебраисты (см., например, [6, 7, 23 – 25, 29, 30]). В теории классов Фиттинга большую роль играют функциональные методы. Так, в 1969 году Б. Хартли с их помощью построил локальные классы Фиттинга [28]. Развивая данный функциональный подход, Л.А. Шеметков и А.Н. Скиба в 1999 году ввели в рассмотрение ω-локальные классы Фиттинга [19], где ω – непустое множество простых чисел. При построении таких классов используются специальные функции, называемые спутниками соответствующих классов (см., например, [8, 18]). В 1999 году В.А. Ведерников для исследования классов Фиттинга групп предложил новый подход, основанный на использовании ещё одной функции – направления. Это привело к открытию серий новых видов классов Фиттинга, в частности, к построению ω-веерных и Ω-расслоенных классов Фиттинга [3 – 5]. Многие важные свойства Ω-расслоенных классов Фиттинга получены В.А. Ведерниковым, О.В. Камозиной, В.Е. Егоровой, Е.Н. Бажановой и др. (см., например, [1, 9, 11]).

Цель. Настоящая работа посвящена изучению влияния свойств минимальных не $\mathbf{F}$-групп на внутреннее строение Ω-расслоенного класса Фиттинга $\mathbf{F}$.

Используемые методы, обозначения, определения. При доказательстве утверждений применяются классические методы теории групп, а также методы теории классов конечных групп, в частности, методы теории классов Фиттинга. Используемые обозначения и определения стандартны (см., например, [13, 21, 25]). Приведем лишь некоторые из них. Запись $N \le G$ $(N < G,\ N \lhd G,\ N \lhd\cdot G)$ означает, что N является подгруппой (соответственно собственной подгруппой, нормальной подгруппой, максимальной нормальной подгруппой) группы G. Пусть $\mathbf{F}$ – класс групп. Группа G называется минимальной не $\mathbf{F}$-группой или, иначе, $\mathbf{F}$ *-критической группой*, если $G \notin \mathbf{F}$, но каждая собственная подгруппа группы G принадлежит классу $\mathbf{F}$ [21]. Через $M(\mathbf{F})$ обозначается класс всех минимальных не $\mathbf{F}$-групп. Класс групп $\mathbf{F}$ называется *классом Фиттинга*, если выполняются следующие два условия: 1) из $G\in\mathbf{F}$ и $N\lhd G$ следует, что $N\in\mathbf{F}$ (S_n-замкнутость); 2) из $G=NM$, где $N\lhd G$, $M\lhd G$, $N,M\in\mathbf{F}$, следует, что $G\in\mathbf{F}$ (R-замкнутость). $\mathbf{F}$-*радикалом* группы G называется наибольшая нормальная подгруппа группы G, принадлежащая классу Фиттинга $\mathbf{F}$, и обозначается $G_{\mathbf{F}}$. Класс групп $\mathbf{F}$ называется *формацией*, если выполняются следующие два условия: 1) из $G\in\mathbf{F}$ и $N\lhd G$ следует, что $G/N\in\mathbf{F}$ (Q-замкнутость); 2) из $G/N_1\in\mathbf{F}$ и $G/N_2\in\mathbf{F}$ следует, что $G/\left(N_1\cap N_2\right)\in\mathbf{F}$ (R_0-замкнутость). $\mathbf{F}$-*корадикалом* группы G называется наименьшая нормальная подгруппа группы G, фактор-группа по которой принадлежит формации $\mathbf{F}$, и обозначается $G^{\mathbf{F}}$. Через $\mathbf{F}_1\mathbf{F}_2$ обозначается стандартное произведение классов групп $\mathbf{F}_1$ и $\mathbf{F}_2$, т.е. $\mathbf{F}_1\mathbf{F}_2=(G\in\mathbf{E}\mid\exists N\lhd G,\ N\in\mathbf{F}_1,\ G/N\in\mathbf{F}_2)$; $\mathbf{F}_1\lozenge\mathbf{F}_2$ *–радикальное* произведение классов групп $\mathbf{F}_1$ и $\mathbf{F}_2$, т.е. $\mathbf{F}_1\lozenge\mathbf{F}_2=(G\in\mathbf{E}\,|\,G/G_{\mathbf{F}_1}\in\mathbf{F}_2)$; если $\mathbf{F}_1=\varnothing$, то по определению полагают, что $\mathbf{F}_1\lozenge\mathbf{F}_2=\varnothing$ [25].

Через $\mathbf{E}$ обозначается класс всех конечных групп, $\mathbf{I}$ – класс всех конечных простых групп, Ω – непустой подкласс класса $\mathbf{I}$; $K(G)$ – класс всех простых групп, изоморфных композиционным факторам группы G. Пусть $\mathbf{X}$ – непустое множество групп. Тогда $K(\mathbf{X})$ – объединение классов $K(G)$ для всех $G\in\mathbf{X}$; $(\mathbf{X})$ – класс групп, порожденный $\mathbf{X}$; в частности, (G) – класс всех групп, изоморфных группе G. Через $\mathbf{E}_\Omega$ обозначается класс всех Ω-групп, т.е. таких групп G, для которых $K(G)\subseteq\Omega$; $O^\Omega(G)=G^{\mathbf{E}_\Omega}$. Для $A\in\mathbf{I}$ используются следующие обозначения: $\mathbf{E}_A=\mathbf{E}_{(A)}$, $\mathbf{E}_{A'}=\mathbf{E}_{(A)'}$, $O^A(G)=G^{\mathbf{E}_A}$. Функция $f:\ \Omega\cup\left\{\Omega'\right\}\to$ {классы Фиттинга групп}, где $f(\Omega')\neq\varnothing$, называется ΩR-*функцией*; функция $g:\ \mathbf{I}\to$ {классы Фиттинга групп} называется R-*функцией*; функция $\varphi:\ \mathbf{I}\to$ {непустые формации Фиттинга} называется FR-*функцией*. Функции f, g и φ принимают одинаковые значения на изоморфных группах из области определения. Класс Фиттинга $\mathbf{F}=(G\in\mathbf{E}\ \mid\ O^\Omega(G)\in f(\Omega')$ и $G^{\varphi(A)}\in f(A)$ для всех $A\in\Omega\cap K(G))$ называется Ω-*расслоенным классом Фиттинга с* Ω-*спутником* f и *направлением* φ и обозначается $\mathbf{F}=\Omega R(f,\varphi)$; класс Фиттинга $\mathbf{F}=(G\in\mathbf{E}\ \mid\ G^{\varphi(A)}\in g(A)$ для всех $A\in K(G))$ называется *расслоенным классом Фиттинга со спутником* g *и направлением* φ и обозначается $\mathbf{F}=R(g,\varphi)$ [4]. Направление φ Ω-расслоенного (расслоенного) класса Фиттинга называется: a-*направлением*, если $A\in\varphi(A)$ для любой абелевой группы $A\in\mathbf{I}$; b-*направлением*, если $\mathbf{E}_A\,\varphi(A)=\varphi(A)$ для любой абелевой группы $A\in\mathbf{I}$; r-*направлением*, если $\varphi(A)=\varphi(A)\mathbf{E}_{A'}$ для любой группы $A\in\mathbf{I}$ [3].

Результаты и их доказательство.

Теорема 1. *Пусть* $A\cong Z_p\in\Omega$, $\mathbf{F}$ – Ω-*расслоенный класс Фиттинга с* ar-*направлением* φ *и внутренним* Ω-*спутником* f. *Если всякая минимальная не* $\mathbf{F}$-*группа обладает максимальной нормальной подгруппой, содержащейся в* $f(A)$-*радикале группы, то* $M(f(A))\cap\mathbf{F}\,\mathbf{E}_A\subseteq\mathbf{F}$.

Доказательство. Пусть всякая минимальная не $\mathbf{F}$-группа обладает максимальной нормальной подгруппой, содержащейся в $f(A)$-радикале группы. Покажем, что $M(f(A))\cap\mathbf{F}\,\mathbf{E}_A\subseteq\mathbf{F}$. Предположим, что найдется группа $G\in(M(f(A))\cap\mathbf{F}\,\mathbf{E}_A)\setminus\mathbf{F}$. Тогда, согласно лемме 3 [16], в G существует минимальная не $\mathbf{F}$-подгруппа H. Если $H<G$, то, ввиду $G\in M(f(A))$, получаем, что $H\in f(A)$. Так как f – внутренний Ω-спутник класса Фиттинга $\mathbf{F}$, то $f(A)\subseteq\mathbf{F}$ и поэтому $H\in\mathbf{F}$. Противоречие. Следовательно, $H=G$ и, значит, G – минимальная не $\mathbf{F}$-группа. По условию теоремы в группе G существует максимальная нормальная подгруппа N такая, что $N\subseteq G_{f(A)}$. Покажем, что $N\in f(A)$. Действительно, $G_{f(A)}\in f(A)$ по определению $f(A)$-радикала группы. Далее, из $N\lhd G$ и $N\subseteq G_{f(A)}$ следует, что $N\lhd G_{f(A)}$. В силу S_n-замкнутости класса Фиттинга $f(A)$ заключаем, что $N\in f(A)$. Рассмотрим фактор-группу G/N. Так как, согласно условию теоремы, $N\lhd\cdot G$, то по лемме 2.14.2 [13] G/N – простая группа. Возможны следующие случаи.

1) Пусть $G/N\cong A$. Из $N\in f(Z_p)$ и $G/N\in\mathbf{N}_p$ следует, что $G\in f(Z_p)\mathbf{N}_p$. Так как f – внутренний Ω-спутник Ω-расслоенного класса Фиттинга $\mathbf{F}$, то, согласно лемме 15 [3], $f(Z_p)\mathbf{N}_p\subseteq\mathbf{F}$ и поэтому $G\in\mathbf{F}$. Получили противоречие.

2) Пусть $G/N\ncong A$. Поскольку φ – r-направление Ω-расслоенного класса Фиттинга $\mathbf{F}$, то справедливо равенство $\varphi(A)=\varphi(A)\mathbf{E}_{A'}$. Так как A – простая группа, $\varphi(A)$ – непустая формация Фиттинга, $N\lhd G$ и G/N – A'-группа, то по лемме 11 [3] $G^{\varphi(A)}=N^{\varphi(A)}$. Так как $N\in f(A)$ и класс $f(A)$ S_n-замкнут, то $N^{\varphi(A)}\in f(A)$ и, значит,

$G^{\varphi(A)} \in f(A)$. Поскольку $G \in \mathbf{F}\,\mathbf{E}_A$ и, ввиду замечания 1.11 главы IX [25], $\mathbf{F}\,\mathbf{E}_A = \mathbf{F} \lozenge \mathbf{E}_A$, то $G \in \mathbf{F} \lozenge \mathbf{E}_A$. По определению радикального произведения получаем, что $G / G_{\mathbf{F}} \in \mathbf{E}_A$. Так как $G_{\mathbf{F}} \lhd G$, $G / G_{\mathbf{F}} \in \mathbf{E}_A$ и $O^A(G)$ – наименьшая подгруппа в G, удовлетворяющая данным условиям, то $O^A(G) \subseteq G_{\mathbf{F}}$. Из того, что $O^A(G) \lhd G$ и $O^A(G) \subseteq G_{\mathbf{F}}$, по свойству нормальных подгрупп следует, что $O^A(G) \lhd G_{\mathbf{F}}$. Так как $G_{\mathbf{F}} \in \mathbf{F}$, то, в силу S_n-замкнутости класса Фиттинга $\mathbf{F}$, получаем $O^A(G) \in \mathbf{F}$. Из $G^{\varphi(A)} \in f(A)$, $O^A(G) \in \mathbf{F}$, $A \in \Omega$ и того, что φ – r-направление класса Фиттинга $\mathbf{F}$, по лемме 12 (1) [3] заключаем, что $G \in \mathbf{F}$. Получили противоречие. Следовательно, $M(f(A)) \cap \mathbf{F}\,\mathbf{E}_A \subseteq \mathbf{F}$. Теорема доказана.

Следствие 1. *Пусть* $A \cong Z_p \in \Omega$, $\mathbf{F}$ – Ω-*расслоенный класс Фиттинга с* br-*направлением* φ *и внутренним* Ω-*спутником* f. *Если всякая минимальная не* $\mathbf{F}$-*группа обладает максимальной нормальной подгруппой, содержащейся в* $f(A)$-*радикале группы, то* $M(f(A)) \cap \mathbf{F}\,\mathbf{E}_A \subseteq \mathbf{F}$.

Доказательство. Пусть всякая минимальная не $\mathbf{F}$-группа обладает максимальной нормальной подгруппой, содержащейся в $f(A)$-радикале группы. Покажем, что $M(f(A)) \cap \mathbf{F}\,\mathbf{E}_A \subseteq \mathbf{F}$. Так как по условию φ является b-направлением, то выполняется равенство $\mathbf{E}_A\,\varphi(A) = \varphi(A)$ для любой абелевой группы $A \in \mathbf{I}$, откуда следует, что $A \in \varphi(A)$ для любой абелевой группы $A \in \mathbf{I}$. Таким образом, заключаем, что φ – a-направление Ω-расслоенного класса Фиттинга $\mathbf{F}$. Тогда по теореме 1 имеем $M(f(A)) \cap \mathbf{F}\,\mathbf{E}_A \subseteq \mathbf{F}$. Следствие доказано.

Следствие 2. *Пусть* $A \cong Z_p \in \mathbf{I}$, $\mathbf{F}$ *– расслоенный класс Фиттинга с* ar-*направлением* φ *и внутренним спутником* f. *Если всякая минимальная не* $\mathbf{F}$-*группа обладает максимальной нормальной подгруппой, содержащейся в* $f(A)$-*радикале группы, то* $M(f(A)) \cap \mathbf{F}\,\mathbf{E}_A \subseteq \mathbf{F}$.

Выводы. В теореме 1 для Ω-расслоенного класса Фиттинга $\mathbf{F}$ с ar-направлением изучено влияние свойств минимальных не $\mathbf{F}$-групп на внутреннее строение класса $\mathbf{F}$, в частности, установлены условия, при которых класс $M(f(A)) \cap \mathbf{F}\,\mathbf{E}_A$ содержится в $\mathbf{F}$. В качестве следствий получены соответствующие результаты для Ω-расслоенного класса Фиттинга с br-направлением, а также для расслоенного класса Фиттинга.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бажанова Е.Н., Ведерников В.А. Ω-расслоенные классы Фиттинга *T*-групп // Сибирские электронные математические известия, 2017. Т. 14. С. 629–639.
2. Васильев А.Ф. (X,*h*)-различимые локальные формации // Вопросы алгебры. – Минск: Университетское, 1986. Вып. 2. С. 34–40.
3. Ведерников В.А. Максимальные спутники Ω-расслоенных формаций и классов Фиттинга // Труды ИММ УрО РАН, 2001. Т. 7, № 2. С. 55–71.
4. Ведерников В.А., Сорокина М.М. Ω-расслоенные формации и классы Фиттинга конечных групп // Дискретная математика, 2001. Т. 13, № 3. С. 125–144.
5. Ведерников В.А., Сорокина М.М. ω-веерные формации и классы Фиттинга конечных групп // Математические заметки, 2002. Т. 71, Вып. 1. С. 43–60.
6. Воробьев Н.Т. О радикальных классах конечных групп с условием Локетта // Математические заметки, 1988. Т. 43, Вып. 2. С. 161–168.
7. Воробьев Н.Н., Скиба А.Н. О булевых решетках *n*-кратно локальных классов Фиттинга // Сибирский математический журнал, 1999. Т. 40, № 3. С. 523–530.
8. Воробьев Н.Н. Алгебра классов конечных групп. – Витебск: ВГУ имени П.М. Машерова, 2012. – 322 с.
9. Егорова В.Е. Критические неоднопорождённые тотально канонические классы Фиттинга конечных групп // Математические заметки, 2008. Т. 83, № 4. С. 520–527.
10. Журтов А.Х., Сыскин С.А. О группах Шмидта // Сибирский математический журнал, 1987. Т. 28**,** № 2. С. 235–239.
11. Камозина О.В. Алгебраические решетки кратно Ω-расслоенных классов Фиттинга групп // Дискретная математика, 2006. Т. 18, № 2. С. 139–145.
12. Каморников С.Ф., Селькин М.В. Подгрупповые функторы и классы конечных групп. – Минск: Беларуская навука, 2003. – 254 с.
13. Монахов В.С. Введение в теорию конечных групп и их классов. – Минск: Вышэйшая школа, 2006. – 207 с.
14. Семенчук В.Н. Минимальные не F-группы // Алгебра и логика, 1979. Т. 18, № 3. С. 348–382.
15. Семенчук В.Н. Конечные группы с системой минимальных не F-подгрупп // Подгрупповое строение конечных групп. – Минск: Наука и техника, 1981. С. 138–149.
16. Семенчук В.Н., Велесницкий В.Ф. Конечные группы с заданными свойствами критических подгрупп // Сибирский математический журнал, 2014. Т. 55, № 2. С. 427–435.
17. Сидоров А.В. О группах, близких к минимальным не F-группам // Вопросы алгебры. – Минск: Университетское, 1986. Вып. 2. С. 55–61.
18. Скиба А.Н. Алгебра формаций. – Минск: Беларуская навука, 1997. – 240 с.
19. Скиба А.Н., Шеметков Л.А. Кратно ω-локальные формации и классы Фиттинга конечных групп // Математические труды, 1999. Т. 2, № 2. С. 114–147.
20. Ходалевич А.Д. Минимальные не F-группы // Доклады АН БССР, 1984. Т. 28, № 5. С. 389–391.
21. Шеметков Л.А. Формации конечных групп. – М.: Наука, 1978. – 272 с.
22. Шеметков Л.А. Новые идеи и результаты теории формаций // Вопросы алгебры. – Минск: Университетское, 1989. Вып. 4. С. 65–76.
23. Bryce R., Cossey J. A Problem in Theory of normal Fitting Classes // Math. Z., 1975. Bd. 141, № 2. S. 99–110.
24. Dixon M. Sylow Theory, Formations and Fitting Classes in Locally Finite Groups. – Singapore – New Jersey – London

Hong Kong: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd, 1994. – 304 p.
25. Doerk K., Hawkes T. Finite Soluble Groups. – Berlin – New York: Walter de Gruyter, 1992. – 901 p.
26. Fischer B. Klassen konjugierter Untergruppen in endlichen auflosbaren Gruppen // Habilitationsschrift, Universitat Frankfurt, 1966.
27. Guo W. The Theory of Classes of Groups. – Beijing – New York: Science Press, 2000. – 258 p.
28. Hartley B. On Fischer's Dualization of Formation Theory // Proc. London Math. Soc., 1969. V. 3, № 9. P. 193–207.
29. Lockett F. On the Theory of Fitting Classes of Finite Soluble Groups // Math. Z., 1973. Bd. 131. S. 103–115.
30. Reifferscheid S. On F-normal Fitting Classes of Finite Soluble Groups // Arch. Math., 2000. V. 75, № 3. P. 164–172.
31. Shemetkov L.A. Some ideas and results in the theory of formations of finite groups // Вопросы алгебры. – Гомель: Изд-во Гомельского ун-та, 1992. Вып. 7. С. 3–38.

REFERENCES

1. Bazhanova E.N., Vedernikov V.A. Ω-Foliated Fitting Classes of *T*-groups // Siberian Electronic Mathematical Reports, 2017. Vol. 14. P. 629–639.
2. Vasilyev A.F. (X,*h*)-distinguishable Local Formations // Issues of Algebra. – Minsk: Universitetskoe, 1986. Is. 2. P. 34–40.
3. Vedernikov V.A. Maximal Satellites of Ω-Foliated Formations and Fitting Classes // Trudy IMM UrO RAS, 2001. Vol. 7, № 2. P. 55–71.
4. Vedernikov V.A., Sorokina M.M. Ω-Foliated Formations and Fitting Classes of Finite Groups // Discrete Mathematics, 2001. Vol. 13, № 3. P. 125–144.
5. Vedernikov V.A., Sorokina M.M. ω-веерные Formations and Fitting Classes of Finite Groups // Mathematical Notes, 2002. Vol. 71, Is. 1. P. 43–60.
6. Vorobyov N.T. On Radical Classes of Finite Groups with the Lockett condition // Mathematical Notes, 1988. Vol. 43, Is. 2. P. 161–168.
7. Vorobyov N.N., Skiba A.N. On Boolean Lattices of *n*-multiple local Fitting Classes // Siberian Mathematical Journal, 1999. Vol. 40, № 3. P. 523–530.
8. Vorobyov N.N. Algebra of Classes of Finite Groups. – Vitebsk: VSU named after P.M. Masherov, 2012. – 322 p.
9. Egorova V.E. Critical non-homogeneous totally canonical Fitting Classes of Finite Groups // Mathematical Notes, 2008. Vol. 83, № 4. P. 520–527.
10. Zhurtov A.Kh., Syskin S.A. On Schmidt Groups // Siberian Mathematical Journal, 1987. Vol. 28**,** № 2. P. 235–239.
11. Kamozina O.V. Algebraic Lattices of multiply Ω-Foliated Fitting Classes of Groups // Discrete Mathematics, 2006. Vol. 18, № 2. P. 139–145.
12. Kamornikov S.F., Selkin M.V. The Subgroup Functors and Classes of Finite Groups. – Minsk: Belarusian Science, 2003. – 254 p.
13. Monakhov V.S. Introduction to the Theory of Finite Groups and their Classes. – Minsk: Higher School, 2006. – 207 p.
14. Semenchuk V.N. Minimal non-F-groups // Algebra and Logic, 1979. Vol. 18, № 3. P. 348–382.
15. Semenchuk V.N. Finite Groups with a system of minimal non-F-subgroups // Subgroup structure of finite groups. – Minsk: Science and Technology, 1981. P. 138–149.
16. Semenchuk V.N., Velesnitsky V.F. Finite Groups with given properties of critical Subgroups // Siberian Mathematical Journal, 2014. Vol. 55, № 2. P. 427–435.
17. Sidorov A.V. On Groups closed to minimal non-F-groups // Issues of Algebra. – Minsk: Universitetskoe, 1986. Is. 2. P. 55–61.
18. Skiba A.N. Algebra of Formations. – Minsk: Belarusian Science, 1997. – 240 p.
19. Skiba A.N., Shemetkov L.A. Multiple ω-Local Formations and Fitting Classes of Finite Groups // Mathematical Works, 1999. Vol. 2, № 2. P. 114–147.
20. Hodalevich A.D. Minimal non-F-groups // Reports of the Academy of Sciences of the BSSR, 1984. Vol. 28, № 5. P. 389–391.
21. Shemetkov L.A. Formations of Finite Groups. – M.: Science, 1978. – 272 p.
22. Shemetkov L.A. New ideas and results of the Theory of Formations // Issues of Algebra. – Minsk: Universitetskoe 1989. Is. 4. P. 65–76.

On the influence of properties of minimal non-F-groups on classes of groups

A. A. Gorepekina, M. M. Sorokina

Annotation. Only finite groups are considered. In this paper we study minimal non-F-groups, where F is a class of groups, which are a natural generalization of such classical groups as Schmidt groups and Miller-Moreno groups. A group is called a minimal non-F-group if it does not belong to F, but every its proper subgroup belongs to F. A class F is called a Fitting class if it is closed under taking normal subgroups and under taking the products of a finite number of normal F-subgroups. We established the influence of the properties of minimal non-F-groups on the structure of the definite Fitting class F.

Keywords: *finite group, minimal non-*F*-group, class of groups, Fitting class,* Ω*-foliated Fitting class.*