

## Математична модель технологічного процесу пластичного опресування силового вузла полімерного ізолятора

В. І. Абрамов

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут ім. І. Сікорського»  
Corresponding author. E-mail: abramov-kpi@i.ua

Paper received 04.12.17; Revised 08.12.17; Accepted for publication 10.12.17.

<https://doi.org/10.31174/SEND-NT2017-148V16-11>

**Анотація.** Статтю присвячено розробці математичної моделі технологічного процесу пружнопластичного опресування металевого закінцювача полімерного ізолятора на склопластиковому стрижні. Запропоновано аналітичні співвідношення для визначення рівня тиску опресування з урахуванням різних критеріїв виникнення пластичного стану та моделей механічної поведінки матеріалів закінцювача.

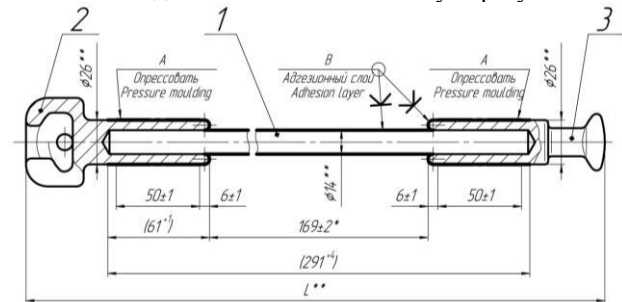
**Ключові слова:** полімерний ізолятор, опресування закінцювача, силовий вузол, тиск опресування.

**Вступ.** Міцність стрижневого полімерного ізолятора визначають геометричні параметри силового вузла, а також технологія його виготовлення. Технологія впливає на надійність виробу, продуктивність виробництва, собівартість тощо.

Науково обгрунтована методика розрахунку технологічного процесу опресування металевого закінцювача на склопластиковому стрижні потребує доопрацювання з врахуванням пружнопластичного деформування металу.

**Стислий аналіз публікацій за темою статті.** Певні засоби прогнозування зусилля опресування були запропоновані в монографії [1] та статтях [2-4]. Але ці засоби базуються на пружній моделі поведінки матеріалу закінцювача і не враховують значні пластичні деформації, які мають місце у реальному технологічному процесі опресування. На разі всі виробники полімерних ізоляторів в Україні визначають тиск опресування експериментально, витрачаючи велику кількість зусиль та матеріалів.

Метою цього дослідження є розробка адекватної математичної моделі технологічного процесу пружнопластичного деформування металевого закінцювача, а також зручних для використання у конструюванні аналітичних співвідношень визначення тиску опресування.



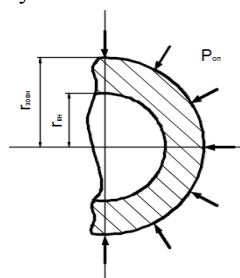
**Рис. 1.** Силові вузли полімерного лінійного ізолятора (1 – склопластиковий стрижень, 2 – верхній металевий закінцювач, 3 – нижній металевий закінцювач, А – циліндрична поверхня опресування закінцювача на склопластиковому стрижні, L – висота ізолятора)

Склопластиковий стрижень з закінцювачами зображено на рис.1. Лінійний полімерний ізолятор містить склопластиковий стрижень з розвинутою ізолюючою силіконовою оболонкою [4]. На обидва кінці стрижня напресовані металеві закінцювачі за допомогою гідравлічного преса. Стрижень і напресований на нього закінцювач створюють так званий силовий вузол, який несе механічне навантаження, що діє на кон-

струкцію ізолятора у процесі експлуатації. На рис.1 відсутня силіконова ізоляційна оболонка, оскільки вона не впливає на міцність конструкції.

Силовий вузол витримує осьові розтягові навантаження за рахунок сили тертя між зовнішньою поверхнею склопластикового стрижня і напресованою на нього внутрішньою поверхнею гільзи закінцювача.

Невелике спрощення конструкції закінцювача дозволяє представити його як товстостінний циліндр скінченної довжини, що піддається зовнішньому тиску [2, 4]. Вважаємо склопластиковий стрижень набагато менш жорсткішим, ніж матеріал закінцювача. Впливом склопластикового стрижня на режим опресування нехтуємо. На рис.2 представлено розрахункову схему опресування закінцювача.



**Рис. 2.** Розрахункова схема опресування закінцювача ( $r_{звн}$ ,  $r_{вн}$  – зовнішній та внутрішній радіуси циліндра закінцювача,  $P_{оп}$  – тиск опресування)

Питанням пластичного деформування товстостінних циліндрів під дією внутрішнього тиску присвячено відповідні розділи монографій та посібників [5-7]. Переважна більшість вказаних авторів у якості приклада розглядає товстостінний циліндр тільки під дією внутрішнього тиску. Але для розрахунку параметрів реального технологічного процесу опресування закінцювача полімерного ізолятора актуальним є спрощення його конструкції до товстостінного циліндра під дією зовнішнього тиску.

Розглянемо напружено-деформований стан (НДС) циліндра закінцювача під дією зростаючого зовнішнього тиску [5, 6]. При цьому скористаємося моделлю Прандлі механічної поведінки матеріалу, тобто будемо вважати матеріал закінцювача ідеально пружнопластичним без зміцнення, виходячи з умови його нестисливості.

З умови симетрії циліндра розглядаємо деформування як осесиметричне, поперечні перерізи залишаються плоскими та перпендикулярними до осі. Осьова дефор-

мація не змінюється за радіусом та за довжиною. Об'ємними силами нехтуємо. Задача є плоскою, має місце плоский деформований стан.

Внаслідок осової симетрії навантаження в пружно-пластичному стані напруження, деформації та переміщення є функціями тільки радіуса циліндра. Дотичні напруження в окружному та радіальному перерізах відсутні. Радіальні, колові та осові напруження є головними:  $\sigma_1 = \sigma_\theta, \sigma_2 = 0, \sigma_3 = \sigma_r$ .

В циліндрі, що навантажений зовнішнім тиском, найбільше напруження за будь-яким критерієм початку пластичної течії, діє на зовнішній поверхні. При цьому зовнішній тиск досягає такого значення, при якому відбувається тільки пластичне деформування.

Початок пластичної течії визначаємо за критерієм Треска-Сен-Венана

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_\theta - \sigma_r = \sigma_T \quad (1)$$

де  $\sigma_T$  - границя текучості.

НДС, при якому циліндр повністю охоплений пластичною течією, вважаємо граничним станом, а відповідним йому тиск  $i$  є шуканим технологічним параметром оптимального тиску опресування металевого закінцювача на склопластиковому стрижні силового вузла ізолятора.

Тиск опресування визначимо з роз'язку диференційного рівняння рівноваги у полярних координатах

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{(\sigma_r - \sigma_\theta)}{r} = 0 \quad (2)$$

Підставимо в рівняння (2) співвідношення (1)

$$\frac{d\sigma_r}{dr} - \frac{\sigma_r}{r} = 0.$$

Розділимо змінні  $d\sigma_r = \sigma_T \cdot dr/r$  та проінтегруємо

$$\sigma_r = \sigma_T \ln r + C_1 \quad (3)$$

де  $C_1$  - стала інтегрування.

Для випадку зовнішнього навантаження маємо граничні умови

$$\sigma_r|_{r=r_{зовн}} = -P, \sigma_r|_{r=r_{вн}} = 0 \quad (4)$$

де  $r_{зовн}$  - зовнішній радіус циліндра закінцювача,  $r_{вн}$  - внутрішній радіус циліндра закінцювача.

Повністю пластичний стан можливий лише за якогось визначеного рівня тиску. Позначимо його  $P_{он}$ . Підставивши граничні умови (4) в (3), отримаємо інженерне співвідношення для визначення тиску опресування

$$P_{он} = \sigma_T \ln \left( \frac{r_{вн}}{r_{зовн}} \right) \quad (5)$$

Якщо скористатися умовою пластичності Мізеса  $\sigma_\theta - \sigma_r = 2/\sqrt{3} \sigma_T$ , то співвідношення (5) прийме вигляд

$$P_{он} = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_T \ln \left( \frac{r_{вн}}{r_{зовн}} \right) \quad (6)$$

Таким чином, оцінка технологічного параметру тиску опресування при використанні співвідношень (5) та (6) відрізняється на 15,4%.

Залежність радіального переміщення від радіуса циліндра в пластичній зоні може бути встановлено на основі співвідношень  $\varepsilon_r = du/dr$ ,  $\varepsilon_\theta = u/r$ ,  $u = \varepsilon_r r$ , за законами Гука та величин напружень в пружній області

$$u = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\sigma_T}{E} \frac{r_T^2}{r} \quad (7)$$

де  $E$  - модуль пружності матеріалу закінцювача,  $r_T$  - радіус розповсюдження пластичної зони.

При дії зовнішнього тиску пластична зона розповсюджується у напрямку від зовнішньої поверхні до внутрішньої. Коли матеріал повністю перейде в пластичний стан співвідношення (7) на внутрішній поверхні набуває вигляду

$$u_{вн} = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\sigma_T}{E} \frac{r_{вн}^2}{r_{зовн}} \quad (8)$$

На практиці в конструкціях закінцювачів полімерних ізоляторів використовують різні металеві сплави, в тому числі матеріали, властивості яких можна з певним наближенням характеризувати діаграмою з лінійними зміцненнями без площадки текучості [7].

Будемо вважати, що ці матеріали також нестисливі та осова деформація дорівнює нулю.

Перетворимо рівняння рівноваги (2) з врахування інтенсивності напружень для плоского деформованого стану у полярних координатах  $\sigma_i = \sqrt{3}/2 (\sigma_\theta - \sigma_r)$  до виду

$$\frac{d\sigma_r}{dr} = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\sigma_i}{r} \quad (9)$$

За відсутності площадки текучості для нестисливого матеріалу маємо

$$\sigma_i = \lambda \sigma_T + E_T \varepsilon_i \quad (10)$$

де  $\lambda = 1 - E_T/E$  - параметр зміцнення,  $E_T$  - модуль зміцнення.

Підставляючи (10) в (9), отримаємо

$$\frac{d\sigma_r}{dr} = \frac{2}{\sqrt{3}} \left( \frac{\lambda \sigma_T}{r} + \frac{E_T \varepsilon_i}{r} \right) \quad (11)$$

Виходячи з диференційного рівняння для радіального переміщення [7]

$$\frac{du}{dr} + \frac{u}{r} = 0,$$

застосовуємо закон зміни інтенсивності деформацій

$$\varepsilon_i = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{C_2}{r^2} \quad (12)$$

Підставимо (12) у (11). Тоді

$$\frac{d\sigma_r}{dr} = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_T \left( \frac{\lambda}{r} + \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{E_T C_2}{\sigma_T r^3} \right).$$

У результаті інтегрування отримуємо

$$\sigma_r = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_T \left( \lambda \ln \frac{r}{r_T} + C_1 - \frac{E_T C_2}{\sqrt{3} \sigma_T r^2} \right) \quad (13)$$

Граничні умови мають також вигляд (4) як у випадку з ідеально пружнопластичним матеріалом. При цьому враховуємо рівність напружень на границі пружної та пластичної областей.

Радіальне напруження в пружній області визначається за формулою [7]

$$\sigma_r = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_T \left( A - \frac{B}{r^2} \right) \quad (14)$$

Підставляючи граничні умови в рівняння (13) та (14), отримаємо

$$-P = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_T \left( \lambda \ln \frac{r_{зовн}}{r_T} + C_1 - \frac{E_T C_2}{\sqrt{3} \sigma_T r_{зовн}^2} \right), \quad (15)$$

$$0 = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_T \left( A - \frac{B}{r_{вн}^2} \right).$$

З умови рівності радіальних напружень на границі пружної та пластичної областей маємо

$$-\frac{E_T C_2}{\sqrt{3} \sigma_T r_T^2} + C_1 = A - \frac{B}{r_T^2}. \quad (16)$$

Вирішуємо систему рівнянь (15)-(16) відносно  $A, B$  та  $C$ . При цьому враховуємо, що при  $r = r_T$  згідно з формулою (12)

$$\frac{2}{\sqrt{3}} \frac{C_2}{r_T^2} = \frac{\sigma_T}{E}$$

Отримуємо рівняння, що пов'язує радіус границі зовнішній тиск з радіусом розподілу пружної та пластичної областей

$$P = \frac{\sigma_T}{\sqrt{3}} \left( 2\lambda \ln \frac{r_T}{r_{зовн}} + (1-\lambda) \frac{r_T^2}{r_{зовн}^2} - \frac{r_T^2}{r_{вн}^2} + \lambda \right) \quad (17)$$

Тиск опресування, тобто зовнішній тиск при якому весь матеріал закінцювача перейде в пластичний стан, визначимо за формулою (17) при  $r_T = r_1$

$$P_{оп} = \frac{\sigma_T}{\sqrt{3}} \left( 2\lambda \ln \frac{r_{вн}}{r_{зовн}} + (1-\lambda) \frac{r_{вн}^2}{r_{зовн}^2} - 1 + \lambda \right) \quad (18)$$

Таким чином, запропоновано співвідношення (5), (6), (18) для визначення рівня тиску опресування металевого закінцювача на склопластиковому стрижні з використанням різних критеріїв пластичності та моделей механічної поведінки матеріалів.

Порівняємо оцінку тиску опресування за різними співвідношеннями. Для виготовлення закінцювачів рекомендується застосовувати вуглецеву сталь з границею текучості 245-400 МПа, модулем пружності 210 ГПа, параметр зміцнення  $\lambda = 0.977$ .

У таблиці 1 наведено розрахункові величини тиску опресування за різними аналітичними формулами (5), (6) та (18).

Таблиця 1

Клас механічного навантаження ізолятора	$\frac{r_{вн}}{r_{зовн}}$	Тиск опресування, МПа		
		(5)	(6)	(18)
70 кН	0,53	155	179	173
120 кН	0,48	179	207	205

Довжина поверхні А (рис.1) полімерного ізолятора

ЛІТЕРАТУРА

1. Шидловский А.К. и др. Высоковольтные полимерные изоляторы. – К.: Сучасність, 2008. – 253с.
2. Абрамов В.И. Напряженно-деформированное состояние силового узла полимерного изолятора // Энергетика и электрификация. - 2015. - №4. - с.33-36
3. Абрамов В.И. Новые технические решения в производстве полимерных изоляторов // Энергетика и электрификация. - 2016. - №2. - с.24-28.
4. Абрамов В.И. Методика розрахунку параметрів силового

класу 70 кН, по якій відбувається опресування, дорівнює 50мм, наружний діаметр – 26мм. Відповідно площа поверхні опресування  $F$  складає  $8,1 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$ . Зусилля преса (у тоннах) при опресуванні закінцювача ізолятора класу 70 кН визначимо як добуток розрахованого за формулою (6) тиску та площі поверхні, до якої прикладено цей тиск:

$$P = P_{оп} \cdot F = 179 \cdot 10^6 \text{ Па} \times 4,05 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2 = 725 \text{ кН} \approx 74 \text{ тонн}$$

Аналогічно для ізоляторів класу 120 кН ( $I_A=70$  мм, зовнішній діаметр закінцювача – 35мм, тиск – 207 МПа) зусилля преса складе приблизно 162 тонни.

Таким чином, ми визначили рівень тиску опресування закінцювачів лінійних полімерних ізоляторів. За співвідношеннями (6) та (18) ми отримуємо близькі результати, але формула (6) простіша у використанні. Тому рекомендуємо використовувати саме її в прикладних інженерних розрахунках.

**Висновки, перспективи подальших досліджень.** В цьому дослідженні запропоновано математичну модель технологічного процесу пружнопластичного деформування металевого закінцювача полімерного ізолятора. Запропоновано аналітичні співвідношення для визначення рівня тиску опресування з урахуванням різних критеріїв виникнення пластичного стану та моделей механічної поведінки матеріалів закінцювача. Ці залежності потребують експериментального підтвердження при виготовленні конструкцій полімерних ізоляторів.

У технологічних картах з виготовлення ізоляторів у якості характеристики опресування закінцювача зазвичай вказують зусилля преса у тоннах або кН. Засоби перерахунку значення тиску, що отримано за аналітичними формулами, до показників конкретного пресового обладнання потребують доопрацювання.

REFERENCES

1. Shidlovsky A.K. and others. High voltage polymer insulators. – Kyiv: Suchasnist, 2008, P.253.
2. Abramov V.I. Stress state of the polymer insulator // Energy and electrification, 2015, 4. P.33-36.
3. Abramov V.I. New technical solutions in the production of polymer insulators // Energy and electrification, 2016, 2. P.24-28.
4. Abramov V.I. Method of calculation of parameters of the polymer

5. узла полимерного изолятора // Энергетика та електрифікація. - 2017. - №2. - с.31-34.
6. Уравнения и краевые задачи теории пластичности и ползучести. Справочное пособие / Писаренко Г.С., Можаровский Н.С. – Киев: Наук.думка, 1981. – 496с.
7. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести / Учебник для студентов вузов. Изд. 2-е, перераб. и доп. – М.: Машиностроение. – 1975. – с.400.

Mathematical model of the technological process of the plastic pressing of the polymer insulator fitting

V. I. Abramov

**Abstract.** The article deals with development of a mathematical model of the technological process of elastoplastic crimping of a metal fitting of a polymer insulator onto a fiberglass rod. Analytic formulas are proposed for determining the level of crimping pressure, taking into account various plastic state criteria for the appearance and models of the mechanical behavior of the fitting materials.

**Keywords:** polymer insulator, pressing of the fitting, production technology, elastoplastic crimping.

Математическая модель технологического процесса пластической опрессовки силового узла полимерного изолятора

В. И. Абрамов

**Аннотация.** Статья посвящена разработке математической модели технологического процесса упругопластической опрессовки металлического оконцевателя полимерного изолятора на стеклопластиковый стержень. Предложены аналитические формулы для определения величины давления опрессовки с учетом различных критериев возникновения пластического состояния и моделей механического поведения материалов оконцевателей.

**Ключевые слова:** полимерный изолятор, опрессовка оконцевателя, силовой узел, давление опрессовки.