

Компетентнісний репер сучасного підручника геометрії

Н. А. Тарасенкова^{1*}, М. І. Бурда²

¹Черкаський національний університет ім. Б. Хмельницького, Черкаси, Україна

²Інститут педагогіки НАПН України, Київ, Україна

*Corresponding authors. E-mail: ntaras7@ukr.net

Paper received 11.09.19; Accepted for publication 23.09.19.

<https://doi.org/10.31174/SEND-PP2019-203VII83-09>

Анотація. У статті висвітлено особливості структурування змісту навчання та деякі аспекти специфіки форм його подання у компетентнісно орієнтованому підручнику геометрії. Пропонується розглядати структурування змісту на зовнішньому і внутрішньому рівнях. Наводяться приклади можливих форм подання структурованого змісту в підручнику.

Ключові слова: загальноосвітня школа, підручник геометрії, компетентнісний підхід, форма подання змісту.

Вступ. Як відомо, підручник є головним носієм змісту навчання геометрії в школі. Його дидактичний репер утворюють: за «віссю абсцис» – особистий досвід учня як адресата освітнього процесу з його віковими особливостями, потребами, інтересами, ціннісними орієнтаціями; за «віссю ординат» – зміст навчання; за «віссю аплікат» – форма подання змісту навчання в навчальній книзі. Початком координат є соціальне замовлення щодо результатів опанування учнем відповідного змісту навчання. В умовах компетентізації освіти специфіка кожної «змінної», їх взаємозв'язок і взаємозалежність набувають особливого забарвлення. І це потребує спеціальних наукових студій.

Короткий огляд публікацій з теми. Психологічні особливості сучасного молодого покоління широко обговорюються в наукових колах (J. Andreassi, J. Cacioppo, L. Tassinari, G. Berntson, O. Вихрова, Н. Данилова, С. Качин, О. Кокун, А. Кулакова та ін.). Виведено специфічні риси покоління Z [1]. За другою «віссю» також проводяться дослідження в усьому світі та відбувається інтенсивна полеміка (K. Schiller, C. Muller, B. Reys, S. Dingman, N. Nevels, D. Teuscher, J. Zelkowski, J. Roschelle, N. Shechtman, D. Tatar та ін.). В Україні проблемам добору змісту навчання математики з урахуванням вікових особливостей учнів, створення доступних для учнів програм і підручників з математики та дидактичного супроводу до них присвячені дослідження багатьох науковців, зокрема авторів підручників з математики (М. Шкіль, З. Слєпкань, О. Дубинчук, В. Бєвз, Г. Бєвз, Ю. Мальований, С. Скворцова, Т. Хмара та ін.). Власне бачення системи сучасних дидактичних вимог до відбору змісту шкільних підручників з математики представлено нами в [2], а окремі аспекти візуального супроводу навчання математики в школі – у [3; 4]. У даній статті зосереджено увагу на особливостях третьої «змінної» дидактичного репера компетентнісно орієнтованого підручника математики на прикладі підручника геометрії і як самостійного видання для вивчення курсу геометрії на профільному рівні [5; 6], і як частини інтегрованого підручника «Математика» для вивчення курсу на рівні стандарту [7].

Мета статті: розкрити особливості структурування змісту навчання та деякі аспекти специфіки форм його подання у компетентнісно орієнтованому підручнику геометрії.

Виклад основного матеріалу. Структурування змісту підручника геометрії доцільно розглядати принаймні у таких ракурсах: будова підручника (зовнішнє структурування нормативне), будова розділу (зовнішнє струк-

турування альтернативне), будова параграфа як фрагмента підручника (зовнішнє структурування альтернативне), будова навчального тексту параграфа як носія завершеної порції навчального змісту (внутрішнє структурування змістово-цільове).

Зовнішнє структурування (нормативне) передбачає виокремлення в підручнику розділів, параграфів, вступних та прикінцевих рубрик. Результат зовнішнього структурування відображається у рубриці «Зміст». Для виконання зовнішнього структурування автори підручників спираються на програму з математики. Як правило, кількість і назви розділів повністю відповідають програмі. Так, згідно з програмою [8], у курсі математики 11 класу рівня стандарту в частині геометрії передбачено вивчення трьох тем «Многогранники», «Тіла обертання» та «Об'єми та площі поверхонь геометричних тіл». Саме такі розділи містять і підручники для рівня стандарту. У програмі з геометрії для 11 класу профільного рівня [9] виокремлено чотири теми «Многогранники», «Тіла обертання», «Об'єми многогранників» і «Об'єми та площі поверхонь тіл обертання». Відповідну кількість та назви мають розділи в підручниках з геометрії для профільного рівня (див., наприклад, [5]). Компетентнісне спрямування підручника на цьому рівні структурування відображається в логічній зумовленості розділів та їх послідовності. Справді, математична компетентність як ключова передбачає спроможність доказово і несуперечливо міркувати. І логіка розгортання курсу геометрії в підручнику є першою відправною точкою у формуванні такої спроможності учнів.

Альтернативне зовнішнє структурування стосується будови в підручнику його розділів (I рівень) і параграфів (II рівень). Автори підручників тут керуються власними уподобаннями, тому підручники різних авторів можуть відрізнятися значно. У наших підручниках кожен розділ розпочинається переліком передбачуваних пізнавальних результатів у рубриці «У розділі дізнаєтесь...», а завершується рубрикою «Перевірте, як засвоїли матеріал розділу», який містить контрольні запитання узагальнювального характеру і тестові завдання.

В умовах компетентізації освіти цим двом рубрикам має приділятися особлива увага. У наших підручниках матеріал першої з них фактично ставить пізнавальні цілі, а другої – дає інструменти для аналізу й самоаналізу досягнутого. При цьому і для рівня стандарту, і для профільного рівня вимоги до способів подання відповідного матеріалу цих рубрик майже не відрізняються. Головним у постановці пізнавальних цілей має бути критерій досяжності. Тому цілі формулюються нами

коротко, без зайвої деталізації, аби не «нажахати» учнів (мал. 1). Дана теза стосується не лише учнів-гуманітаріїв, а й супер-гіпер-математиків, оскільки і вони можуть на етапі постановки цілей відчувати (почасти помилково) недосяжність пізнавальних цілей, якщо «захопитися» надмірною їх деталізацією. Головним у формуванні інструментарію для підсумкового контролю за матеріалом розділу виступає критерій адекватності. Тому зміст і запитань, і тестових завдань із рубрики «Перевірте, як засвоїли матеріал розділу» ми добираємо відповідно до пізнавальних можливостей учнів, які опановують курс на рівні стандарту чи профільному рівні.

У розділі дізнаєтесь:

- що таке многогранний кут;
- про многогранник, його різновиди й властивості;
- якими бувають призми, паралелепіпеди та піраміди;
- що таке правильний многогранник та які його властивості;
- як застосувати вивчені означення й властивості на практиці та в розв'язуванні задач

Мал. 1.

Будова параграфів у наших підручниках є такою: основний навчальний матеріал; додаткові відомості в рубриці «Дізнайтеся більше»; запитання для повторення вивченого в параграфі в рубриці «Пригадайте головне»; система диференційованих задач у рубриці «Розв'яжіть задачу», яка завершується окремим блоком завдань «Проявіть компетентність».

Виокремлення в параграфі основного і додаткового блоків відображає змістово-цільове структурування навчального матеріалу параграфа, або, що те саме, змістово-цільовий його розподіл. Такий розподіл уже став нормою для сучасних підручників. Його закріплено в інструктивних матеріалах для авторів підручників. Однак автори різних підручників реалізують цю норму по-своєму. В одних підручниках такі відомості розміщено на початку розділу, а в параграфах представлено тільки основні навчальні тексти. В інших підручниках така рубрика подана наприкінці підручника й стосується усього курсу загалом чи окремого великого розділу. В обох випадках відомості подаються широко і не прив'язуються до конкретного навчального змісту. У наших підручниках такий матеріал наводиться до кожного параграфа. Його контекстуальний зв'язок з основним змістом навчання у межах відповідного параграфа є досить жорстким.

Дізнайтеся більше

- Дві точки A і B простору називаються симетричними відносно прямої, наприклад OZ , якщо ця пряма перпендикулярна до відрізка AB і проходить через його середину. На малюнку 328 ви бачите, як будували точку B , симетричну точці A відносно прямої OZ .
- Об'єкти, що мають вісь симетрії, часто трапляються в техніці (мал. 329), архітектурі (мал. 330), природі (мал. 331), побуті (мал. 332).
- Симетрію вивчають і в інших галузях науки. Наприклад, у біології є навіть окремий науковий напрям «біосиметрика», у якому вивчають явище симетрії в живій природі. Цей напрям остаточно виокремився в 1961 р., а його початки було закладено ще в школі Піфагора (в ст. до н.е.), де симетрію розглядали як невід'ємну складову теорії про гармонію.



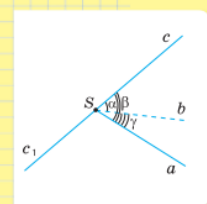
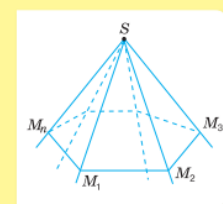

Мал. 2.

Дізнайтеся більше

- Доведемо твердження про те, що в опуклому тригранному куті сума всіх плоских кутів менша від 360° .
Доведення. Розглянемо довільний тригранний кут з вершиною S і плоскими кутами α, β і γ . З вершини S цього тригранного кута проведемо промінь c' , доповняльний до c (мал. 1.15). Для тригранного кута, утвореного променями a, b і c' , застосуємо властивість тригранного кута про те, що кожний його плоский кут менший від суми двох інших плоских кутів, отримаємо: $\gamma < (180^\circ - \alpha) + (180^\circ - \beta)$. Звідси $\alpha + \beta + \gamma < 360^\circ$.
- Доведемо аналогічне твердження для випадку довільного многогранного кута: в опуклому многогранному куті сума всіх плоских кутів менша від 360° .
Доведення. Розглянемо довільний опуклий многогранний кут з вершиною S і проведемо площину, яка перетинає всі його ребра в деяких точках M_1, M_2, \dots, M_n (мал. 1.16). Очевидно, що многокутник M_1M_2, \dots, M_n — опуклий. Тоді маємо:

$$\begin{aligned} \angle M_1SM_2 + \angle M_2SM_3 + \dots + \angle M_nSM_1 &= \\ &= (180^\circ - \angle SM_1M_2 - \angle SM_2M_1) + \\ &+ (180^\circ - \angle SM_2M_3 - \angle SM_3M_2) + \dots + \\ &+ (180^\circ - \angle SM_{n-1}M_n - \angle SM_nM_{n-1}) = \\ &= 180^\circ \cdot n - (\angle SM_1M_2 + \angle SM_2M_1) - \\ &- (\angle SM_2M_3 + \angle SM_3M_2) - \dots - (\angle SM_{n-1}M_n + \angle SM_nM_{n-1}). \end{aligned}$$
 Але, за властивістю тригранного кута, сума двох його плоских кутів більша за третій плоский кут. Тому

$$\begin{aligned} \angle SM_1M_2 + \angle SM_2M_1 &< \angle M_1M_2M_1, \\ \angle SM_2M_3 + \angle SM_3M_2 &< \angle M_2M_3M_2, \\ &\dots \\ \angle SM_{n-1}M_n + \angle SM_nM_{n-1} &< \angle M_{n-1}M_nM_{n-1}. \end{aligned}$$
 Звідси $\angle M_1SM_2 + \angle M_2SM_3 + \dots + \angle M_nSM_1 < 180^\circ \cdot n - (\angle M_1M_2M_1 + \angle M_2M_3M_2 + \dots + \angle M_{n-1}M_nM_{n-1}) = 180^\circ \cdot n - 180^\circ \cdot (n - 2) = 360^\circ$.

Мал. 3.

Усі наші підручники з геометрії, у тому числі для старшої профільної школи (рівень стандарту [7], профільний рівень [5-6]), побудовано на спільних концептуальних засадах. Тому в кожному параграфі, окрім основного навчального тексту, виділено рубрику «Дізнайтеся

більше». У цій рубриці розміщено матеріал, спрямований на стимулювання пізнавального інтересу учнів. Тут можна зустріти дані про походження назв і позначень, історичні відомості, біографічні дані про видатних математиків, що вже стало традиційним для сучасних ук-

раїнських підручників. Особливим для наших підручників є те, що в цій рубриці до деяких параграфів подаються й додаткові навчальні відомості, що виходять за межі програми. Однак і обсяг такого змісту, і способи його подання в підручнику є різними для рівня стандарту та профільного рівня. У підручнику для рівня стандарту додаткові відомості подаються оглядово (мал. 2) [7], тоді як у підручнику для профільного рівня ці відомості розширюють і поглиблюють основний навчальний зміст. Наприклад, у §1 «Многогранні кути» підручника [5] для профільного рівня в рубриці «Дізнайтеся більше» учням пропонується ознайомитися із доведенням математичного факту про суму кутів опуклого многогранного кута. Цей факт формулюється в основному тексті параграфа, але його доведення не передбачено програмою. Ми переконані, що надання учням можливості ознайомитися з таким доведенням на сторінках підручника створює для них додатковий ресурс для самовдосконалення. При цьому здійснюється вплив і на мотиваційну, і на когнітивну сфери учнів. Звернемо також увагу на те, що в доведенні ми використовуємо спосіб поступового зростання складності міркувань та спосіб узагальнення – від доведення окремого випадку (для тригранного кута) до доведення загального випадку (для тригранного кута) до доведення загального випадку (мал. 3). Це створює сприятливі умови для так званого випереджального відображення, коли учень ненав'язливо підводиться до самостійних змістовних висновків.


 **Словничок**

Прочитайте та прослушайте в Інтернеті, як вимовляються ці слова.

Українська	Англійська	Німецька	Французька
Тригранний кут	Triangular angle	Facettenreicher Winkel	Angle triangulaire
Многогранний кут	Multifaceted angle	Dreieckiger Winkel	Angle aux multiples facettes

Мал. 4.

Новою для останніх наших підручників є така структурна одиниця рубрики «Дізнайтеся більше», як «Словничок» (мал. 4). Ця структурна одиниця, поряд з іншим,

 **Многогранним кутом** називається фігура, утворена кількома плоскими кутами зі спільною вершиною й попарно спільними сторонами, причому кожні три послідовні спільні сторони не лежать в одній площині.

Мал. 5.

На нашу думку, сучасним учням припав би більше до смаку не лінійний, а блочний спосіб візуального форматування сторінки підручника. За такого форматування текст означення чи формулювання теореми не розтягується на всю ширину сторінки, а розміщується в певній візуально відокремленій області, наприклад, у формі прямокутника із співвідношенням сторін, як у золотій пропорції (як відомо, це співвідношення є найбільш гармонійним для візуального сприйняття). При цьому не менш важливо урахувати, що в покоління Z на етапі сприймання інформації під час дії когнітивних подразників домінує робота правої півкулі. Це означає, що для забезпечення комфортних умов для сприйняття учнями навчального змісту будь-якій важливій текстовій інформації має передувати її візуальний аналог. Для формулювання теореми така структура має бути обов'язково трикомпонентною: малюнок, скорочений запис, розгорнуте формулювання. При цьому порядок розміщення


безпосередньо спрямована на формування й розвиток комунікативної та інформаційної компетентностей учнів.

На рівні внутрішнього змістово-цільового структурування в навчальному тексті кожного параграфа присутні такі структурні одиниці:

- актуалізація попереднього досвіду учнів або аналіз малюнка чи життєвої ситуації;
- міркування (або задача), що приводять до нового поняття, факту, способу діяльності;
- формулювання, яке треба запам'ятати;
- проблемне запитання з обов'язковою відповіддю на нього;
- як коротко записати/прочитати нові позначення;
- вказівка «Зверніть увагу», що містить поради, як діяти в тій чи тій ситуації, на чому саме треба зосередити увагу;
- типова задача;
- узагальнення способу розв'язування типової задачі (чи вказівка на особливості, які варто усвідомити).

Для кращої навігації на сторінках підручника використовуються піктограми, що відповідають названим структурним одиницям навчального тексту.

На жаль, санітарно-гігієнічні норми щодо обсягу підручників не дозволяють повною мірою використати візуальне структурування навчальних текстів, що для дітей покоління Z є вкрай важливим. Задля економії місця на сторінках підручника доводиться послуговуватися лише лінійним розташуванням таких об'єктних текстів, як означення понять (мал. 5), формулювання математичних фактів (мал. 6) та їх доведень. У наших підручниках для них використовуються напівжирний шрифт, горизонтальні й вертикальні кольорові відбивки, кольоровий фон, кольорові акценти, піктограма «Флешка» як символ особливого статусу цього тексту й символ вимоги запам'ятати цей текст.

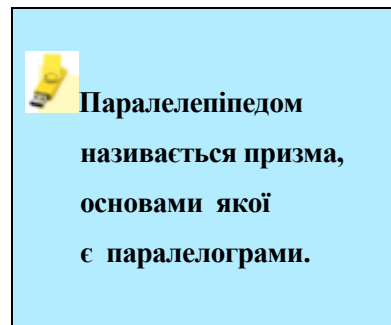
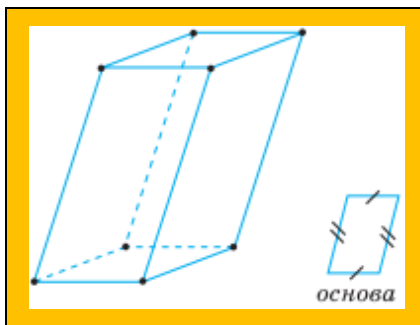
 **ТЕОРЕМА 2** (синусів для тригранного кута).

Якщо α, β, γ – плоскі кути тригранного кута, а $\angle A, \angle B, \angle C$ – протилежні їм двогранні кути, то
$$\frac{\sin \alpha}{\sin A} = \frac{\sin \beta}{\sin B} = \frac{\sin \gamma}{\sin C}.$$

Мал. 6.

цих компонентів (при зчитуванні даних зліва направо) має бути саме таким. У випадку означення поняття, як правило, скорочений запис не створюється. Але структура має бути теж трикомпонентною: фото реального об'єкта як ілюстрації поняття, геометричне зображення як візуальна інтерпретація поняття, текст означення. Наприклад, для означення паралелепіпеда така композиція може містити фото кристала ісландського шпату, зображення паралелепіпеда з виноскою зображення його основи, текст означення (мал. 7).

Зазначимо, що в наших підручниках геометрії для 11 класу ми використовуємо двокомпонентне зображення (як на мал. 7) для усіх многогранників і тіл обертання, вивчення яких передбачено програмою. Це полегшує учням сприймання зображень, допомагає їм виокремити істотне на зображенні та співвідносити зображення з текстом означення, дозволяє запобігати появі конфліктів між візуальним і логічним [3].



Мал. 7.

Висновки. Загалом, під час розробки сучасного, компетентісно орієнтованого підручника з геометрії наповнення третьої «змінної» дидактичного репера підручника, зокрема структурування змісту та вибір адекватних форм його візуалізації має бути дидактично виваже-

ним. Подальших досліджень вимагають питання внутрішнього структурування та можливих форм його подання в підручнику інших структурних одиниць навчального тексту параграфа, названих вище, а також наборів задач до параграфа.

ЛІТЕРАТУРА

1. Стилман Д. Поколение Z на работе. Как его понять и найти с ним общий язык / Д. Стилман, И. Стилман; пер. с англ. Ю. Кондукова. — М.: Манн, Иванов и Фербер, 2018.
2. Бурда М. І. Теоретико-методичні вимоги до змісту шкільних підручників з математики / М. І. Бурда, Н. А. Тарасенкова // Проблеми сучасного підручника : зб. наук. праць / [ред. кол.; голов. ред. — О. М. Топузov]. — К. : Педагогічна думка, 2016. — Вип. 17. — С. 32-40.
3. Тарасенкова Н. А. Теоретико-методичні основи використання знаково-символьних засобів у навчанні математики учнів основної школи : дис. д-ра пед. н. : 13.00.02 / Тарасенкова Ніна Анатоліївна. — Черкаси, 2003. — 630 с.
4. Tarasenkova, N. (2014). Peculiar Features of Verbal Formulations in School Mathematics. *Global Journal of Human-Social science : G : Linguistics & Education*, 14(3), 61-67. Retrieved from <http://globaljournals.org/journals/human-social-science/g-linguistics-education>
5. Бурда М. І. Геометрія (профільний рівень) : підруч. для 11 класу закладів загальної середньої освіти / М. І. Бурда, Н. А. Тарасенкова, І. М. Богатирьова, О. М. Коломієць, З. О. Сердюк. — К. : УОВІЦ «Оріон», 2019. — 256 с.
6. Бурда М. І. Геометрія (профільний рівень) : підруч. для 10 класу закладів загальної середньої освіти / М. І. Бурда, Н. А. Тарасенкова, О. М. Коломієць, І. В. Лов'янова, З. О. Сердюк. — К. : УОВІЦ «Оріон», 2019. — 256 с.
7. Бурда М. І. Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту) : підруч. для 10 класу закладів загальної середньої освіти / М. І. Бурда, Т. В. Колесник, Ю. І. Мальований, Н. А. Тарасенкова. — К. : УОВІЦ «Оріон», 2018. — 288 с.
8. Навчальна програма з математики для учнів 10–11 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Рівень стандарту / Бурда М. І., Паньков А. В. та ін. — К., 2017 : [Електронний ресурс] : Режим доступу : <http://mon.gov.ua/activity/education/zagalna-serednya/navchalni-programy.html>
9. Навчальна програма з математики для учнів 10–11 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Профільний рівень / Номіровський Д. А., Паньков А. В., Тарасенкова Н. А., Якір М. С. та ін. — К., 2017 : [Електронний ресурс] : Режим доступу : <http://mon.gov.ua/activity/education/zagalna-serednya/navchalni-programy.html>

REFERENCES

1. Stillman D. Pokoleniye Z na rabote. Kak yego ponyat' i nayti s nim obshchiy yazyk / D. Stillman, I. Stillman; per. s angl. YU. Kondukova. — M.: Mann, Ivanov i Ferber, 2018.
2. Burda M. I. Teoretyko-metodychni vymohy do zmistu shkil'nykh pidruchnykh z matematyky / M. I. Burda, N. A. Tarasenkova // Problemy suchasnoho pidruchnyka : zb. nauk. prats' / [red. kol.; holov. red. — O. M. Topuzov]. — K. : Pedahohichna dumka, 2016. — Vyp. 17. — S. 32-40.
3. Tarasenkova, N.A. The theoretic-methodical principles of using of the sign and symbolic means in teaching mathematics of the basic school students: thesis, Bohdan Khmelnytsky National University at Cherkasy. — Cherkasy, 2003. — 630 p.
5. Burda, M. I., Tarasenkova, N. A., Bogatyreva, I. M., Kolomiets, O. M., & Serdiuk, Z. O. (2019). Heometriya (profil'nyy riven'). Pidruchnyk dlya uchniv 11 klasiv zahal'noosvitnikh navchal'nykh zakladiv [Geometry (profile level) : Textbook for the 10th grade of the secondary school]. Kyiv, Ukraine: "Orion".
6. Burda, M. I., Tarasenkova, N. A., Kolomiets, O. M., Lovyanova, I. V., & Serdiuk, Z. O. (2019). Heometriya (profil'nyy riven'). Pidruchnyk dlya uchniv 10 klasiv zahal'noosvitnikh navchal'nykh zakladiv [Geometry (profile level) : Textbook for the 10th grade of the secondary school]. Kyiv, Ukraine: "Orion".
7. Burda, M. I., Kolesnyk, T. V., Malyovany, Yu. I., & Tarasenkova, N. A. (2018). Matematyka (alhebra i pochatky analizu ta heometriya, riven' standartu) : Pidruchnyk dlya uchniv 10 klasiv zahal'noosvitnikh navchal'nykh zakladiv [Mathematics : Textbook for the 10th grade of the secondary schools]. Kyiv, Ukraine: "Orion".
8. Navchal'na prohrama z matematyky dlya uchniv 10 – 11 klasiv zahal'noosvitnikh navchal'nykh zakladiv. Riven' standartu / Burda M. I., Pan'kov A. V. ta in. — K., 2017 : [Elektronnyy resurs] : Rezhym dostupu : <http://mon.gov.ua/activity/education/zagalna-serednya/navchalni-programy.html>
9. Navchal'na prohrama z matematyky dlya uchniv 10 – 11 klasiv zahal'noosvitnikh navchal'nykh zakladiv. Profil'nyy riven' / Nomirov's'kyy D. A., Pan'kov A. V., Tarasenkova N. A., Yakir M. S. ta in. — K., 2017 : [Elektronnyy resurs] : Rezhym dostupu : <http://mon.gov.ua/activity/education/zagalna-serednya/navchalni-programy.html>

Competence rapper of a modern geometry textbook

N. A. Tarasenkova, M. I. Burda

Abstract. The article highlights the features of structuring learning content and some aspects of the specific forms of its representation in competence oriented geometry textbook. It is suggested to consider content structuring at the external and internal levels. Examples of possible forms of presentation of structured content in a textbook are provided.

Keywords: secondary school, geometry textbook, competency-based approach, content presentation form.