

Універсальний метод визначення напружень в стиснутій зоні дерев'яних балок прямокутної форми на основі їх деформування

С. С. Гомон, П. С. Гомон, С. С. Гомон

Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне, Україна
Corresponding author. E-mail: s.s.homon@nuwm.edu.ua

Paper received 30.01.20; Accepted for publication 16.02.20.

<https://doi.org/10.31174/SEND-NT2020-224VIII27-02>

Анотація. Наведено універсальний метод визначення напружено-деформованого стану дерев'яних елементів за роботи на чистий поперечний згин на будь-якій стадії роботи аж до руйнування. Прийнято основні передумови для елемента з деревини прямокутної форми, що найбільше використовується в будівництві. В статті запропоновано метод побудови діаграм деформування деревини, використовуючи дані за експериментальним випробуванням балок. Наведено епюру напружень при так званому другому завантаженні балки. Встановлено, що за відомих значень згинального моменту, відносних деформацій стиснутої зони та розтягнутої зони, за допомогою отриманих рівнянь можливо визначити значення напружень в дерев'яному згинальному прямокутному елементі за різних рівнів завантаження та побудувати епюри напружень стиснутої та розтягнутої зони, а також їх діаграми деформування. Розроблено методику, яка дає можливість спрогнозувати роботу дерев'яного елемента та встановити стадію напружено-деформованого стану, в якій знаходиться елемент.

Ключові слова: деревина, дерев'яна балка, напружено-деформований стан, напруження, деформації.

Вступ. З високим технологічним проривом обчислювальної техніки з'явилися нові умови для використання складних і високоточних методів розрахунку конструкцій. Ці методи дозволяють різнобічно проаналізувати стан конструкції, щоб забезпечити її надійність та довговічність експлуатації. Проте за використання сучасних європейських норм проектування [1] виникла необхідність у встановленні аналітичної залежності між напруженнями та деформаціями, яку можна отримати на основі експериментальних випробувань значної кількості спеціальних зразків окремих матеріалів. Проте часто трапляються випадки, коли отримати такі аналітичні залежності та побудувати діаграми деформування матеріалу, з якого виготовлений елемент, таким способом немає можливості із-за відсутності матеріалу для виготовлення спеціальних зразків та обладнання для проведення випробувань.

Короткий огляд публікацій та теоретичні передумови. В роботах [2,3,4,5,6] авторами описані діаграми повздовжнього деформування деревини в залежності від зростання напруження та було встановлено, що діаграма деформування на розтяг має прямолінійну залежність майже до її руйнування. Діаграма деформування деревини на стиск має нелінійний характер, що свідчить про присутність пластичних та можливість еластичних деформацій в деревині.

Для побудови діаграми деформування деревини за повздовжнього стиску використаємо дані отримані за експериментальних випробувань балки з клеєної деревини на прямий поперечний згин. Для цього необхідно знати відносні деформації в крайніх стиснутих та розтягнутих волокнах елемента за зростання згинального моменту, а також діаграму деформування деревини на розтяг.

Використавши досвід попередників, наведемо основні передумови для побудови діаграми деформування деревини:

- для побудови діаграми деформування деревини використовується гіпотеза плоских перерізів;
- волокна в згинальному елементі мають однакові властивості по висоті балки, що зазвичай приймають в згинальних елементах;

- епюра розтягнутої зони згинального елемента має трикутну форму, тобто діаграма деформування деревини елемента має лінійний характер.

Ціль. Розробити універсальний метод визначення напружень в стиснутій зоні дерев'яних балок прямокутної форми на основі їх деформування.

Матеріали та методи. Об'єктом дослідження є дерев'яні балки прямокутного перерізу.

Результати та обговорення. З експериментальних досліджень були отримано значення згинального моменту M_n , при n -ому рівні завантаження та відносні деформації $u_{t,n}$ та $u_{c,n}$ відповідно найбільш розтягнутих та стиснутих волокон. Розглянемо систему рівноваги при n -ому рівні завантаження. Значення згинаючих моментів $M_1 \dots M_n$, нам відомо з експерименту, а значення $\sigma_{c,1} \dots \sigma_{c,n-1}$ відомі з попередніх розрахунків. Нам необхідно визначити напруження $\sigma_{c,n}$ в найбільш стиснутому волокні деревини (рис.1).

Можливо записати систему рівноваги для всіх рівнів завантаження, яка включає в себе суму моментів відносно нейтральної лінії, а також суму всіх зусиль спроектовану на повздовжню вісь балки, де зусилля, які виникають в розтягнутій деревині і стиснутій деревині будуть рівні

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n-1} N_{c,i} + N_{c,i} = N_{t,n} & ; & (1) \\ M_n = \sum_{i=1}^{n-1} N_{c,i} \cdot x_{c,i} + N_{c,n} \cdot x_{c,n} + N_{t,n} \cdot x_{t,n} \end{cases}$$

$$\sum_{i=1}^{n-1} N_{c,i} = \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{2} (\sigma_{c,i-1} + \sigma_{c,i}) h_{c,i} b = ; & (2)$$

$$\begin{aligned} &= \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{2} (\sigma_{c,i-1} + \sigma_{c,i}) (u_{c,i} \rho_n - u_{c,i-1} \rho_n) b \\ N_{c,n} &= \frac{1}{2} (\sigma_{c,n-1} + \sigma_{c,n}) (h_{c,n} - h_{c,n-1}) b = ; & (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} b (u_{c,n} \rho_n - u_{c,n-1} \rho_n) (\sigma_{c,n-1} + \sigma_{c,n}) \\ N_{t,n} &= \frac{1}{2} \sigma_{t,n} h_{t,n} b = \frac{1}{2} \sigma_{c,i} u_{t,n} \rho_n b ; & (4) \end{aligned}$$

де $\rho_n = \frac{H}{u_{c,n} + u_{c,n}}$ - кривина при n -ому рівні завантаження. (5)

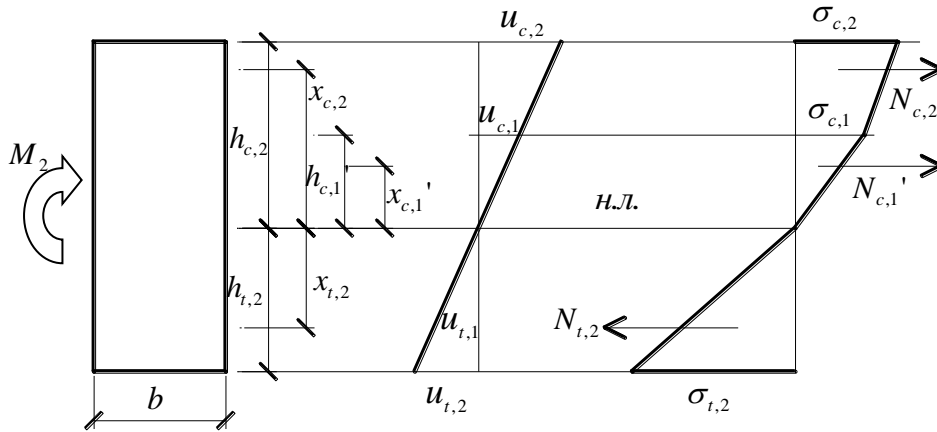


Рис.1. Епюра напружень при другому завантаженні балки: M_2 = згинаючий момент; b = ширина елемента; $h_{c,1}$ = висота першої ділянки стиснутої зони; $h_{c,2}$ = висота другої ділянки стиснутої зони; $h_{t,1}$ = висота розтягнутої зони елемента; $x_{c,1}$ = плече внутрішніх сил першої ділянки стиснутої зони; $x_{c,2}$ = плече внутрішніх сил другої ділянки стиснутої зони; $x_{t,2}$ = плече внутрішніх сил розтягнутої зони елемента; $u_{t,2}$ = відносні деформації найбільш віддаленого волокна розтягнутої зони елемента; $u_{c,2}$ = відносні деформації найбільш віддаленого волокна стиснутої зони елемента; $u_{c,1}$ = відносні деформації найбільш віддаленого волокна першої ділянки стиснутої зони елемента; $\sigma_{t,2}$ = напруження найбільш віддаленого волокна розтягнутої зони елемента; $\sigma_{c,2}$ = напруження найбільш віддаленого волокна стиснутої зони елемента; $\sigma_{c,1}$ = напруження найбільш віддаленого волокна першої ділянки стиснутої зони елемента; $N_{t,2}$ = рівнодіюча напружень розтягнутої зони елемента; $N_{c,2}$ = рівнодіюча напружень другої ділянки стиснутої зони елемента; $N_{c,1}$ = рівнодіюча напружень першої ділянки стиснутої зони елемента.

Запишемо суму моментів відносно нейтральної лінії, підставивши зусилля розтягу як суму зусиль стиску

$$M_n - \sum_{i=1}^{n-1} N_{c,i} \cdot x_{c,i} - \sum_{i=1}^{n-1} N_{c,i} \cdot x_{t,i} = N_{c,n} \cdot x_{c,n} + N_{c,n} \cdot x_{t,n} \quad (6)$$

де $x_{c,i} = (h_{c,i} - h_{c,i-1})\varphi_i + h_{c,i-1} = (u_{c,i}\rho_n - u_{c,i-1}\rho_n)\varphi_i + u_{c,i-1}\rho_n$; (7)

$$x_{t,i} = \frac{2}{3}h_{t,i} = \frac{2}{3}u_{t,i}\rho_n \quad (8)$$

Враховуючи, що отримані зусилля дорівнюють зусиллям, обчисленим за формулами (2), (3) та (4), рівняння (1) прийме вигляд

$$\sigma_{c,n}x_{c,n} + \sigma_{c,n} \frac{2}{3}u_{t,n}\rho_n + \sigma_{c,n-1}x_{c,n} - \quad (9)$$

$$- \frac{M_n - \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{2}b(\sigma_{c,i-1} + \sigma_{c,i})(u_{c,i}\rho_n - \varepsilon_{c,i-1}\rho_n)(x_{c,i} + x_{t,i})}{0,5(u_{c,n}\rho_n - u_{c,n-1}\rho_n)b} + \frac{2}{3}\sigma_{c,n-1}u_{t,n}\rho_n = 0$$

де φ_i - коефіцієнт, який враховує центр ваги ділянки (за першого завантаження необхідно прийняти 2/3).

$$x_{c,n} - h_{c,n-1} = \frac{\frac{1}{2}(h_{c,n} - h_{c,n-1})(h_{c,n} - h_{c,n-1})\sigma_{c,n-2} + \frac{2}{3}(h_{c,n} - h_{c,n-1})\frac{1}{2}(h_{c,n} - h_{c,n-1})(\sigma_{c,n} - \sigma_{c,n-1})}{(h_{c,n} - h_{c,n-1})\sigma_{c,n-1} + \frac{1}{2}(h_{c,n} - h_{c,n-1})(\sigma_{c,n} - \sigma_{c,n-1})} \quad (12)$$

де $h_{c,n}$ та $h_{c,n-1}$ дорівнюють відповідно $u_n\rho_n$ та $u_{c,n-1}\rho_n$.

Спростивши (12) ми отримаємо рівняння $\sigma_{c,n}x_{c,n} - \sigma_{c,n} \left(h_{c,n-1} + \frac{2}{3}(h_{c,n} - h_{c,n-1}) \right) + \sigma_{c,n-1}x_{c,n} - \quad (13)$

$$- \left(\sigma_{c,n-1}h_{c,n-1} + \frac{1}{3}\sigma_{c,n-1}(h_{c,n} - h_{c,n-1}) \right) = 0$$

Запишемо попередній вираз (13), як рівняння з двома невідомими

Рівняння (9) можна записати, як рівняння з двома невідомими $\sigma_{c,n}$ та $x_{c,n}$

$$x_1x_2 + a_1x_1 + a_2x_2 - a_3 = 0, \quad (10)$$

де $x_1 = \sigma_{c,n}$ - напруження в стиснутій зоні при n -му завантаженні;

$x_2 = x_{c,n}$ - відстань від нейтральної лінії до центру ваги трапеції останньої стиснутої зони;

$a_1 = \frac{2}{3}u_{t,n}\rho_n$, $a_2 = \sigma_{c,n-1}$ - константи рівняння;

$$a_3 = \frac{M_n - \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{2}b(\sigma_{c,i-1} + \sigma_{c,i})(u_{c,i}\rho_n - u_{c,i-1}\rho_n)(x_{c,i} + x_{t,i})}{0,5(u_{c,n}\rho_n - u_{c,n-1}\rho_n)b} + \frac{2}{3}\sigma_{c,n-1}u_{t,n}\rho_n = 0 \quad (11)$$

Визначимо відстань до центру ваги n -ої трапеції обмеженої зусиллями $\sigma_{c,n}$, $\sigma_{c,n-1}$

$$x_1x_2 + k_1x_1 + k_2x_2 - k_3 = 0 \quad (14)$$

де $x_1 = \sigma_{c,n}$ та $x_2 = x_{c,n}$, як зазначено вище

$$k_1 = -\frac{1}{3}u_{c,n-1}\rho_n - \frac{2}{3}u_{c,n}\rho_n, \quad k_2 = \sigma_{c,n-1} \quad (15)$$

$$k_3 = \frac{2}{3}\sigma_{c,n-1}u_{c,n-1}\rho_n + \frac{1}{3}\sigma_{c,n-1}u_{c,n}\rho_n \quad (16)$$

Обидва рівняння мають спільні невідомі $x_1 = \sigma_{c,n}$ та $x_2 = x_{c,n}$, тому можна скласти з них систему рівнянь

$$\begin{cases} x_1 x_2 + a_1 x_1 + a_2 x_2 - a_3 = 0 \\ x_1 x_2 + k_1 x_1 + k_2 x_2 - k_3 = 0 \end{cases} \quad (17)$$

Враховуючи, що $a_2 = k_2 = \sigma_{c,n-1}$, та віднявши від рівняння (10) рівняння (14) ми отримуємо

$$a_1 x_1 - a_3 = k_1 x_1 - k_3 \quad (18)$$

Рішенням попереднього рівняння (18) є

$$x_1 = \sigma_{c,n} = \frac{a_3 - k_3}{a_1 - k_1} \quad (19)$$

Визначивши $\sigma_{c,n}$ можна отримати центр ваги трапеції, і записати його, як відношення до висоти трапеції

$$\varphi_i = \frac{1/3\sigma_{c,n-1} + 2/3\sigma_{c,n}}{\sigma_{c,n-1} + \sigma_{c,n}} \quad (20)$$

Враховуючи отримані рівняння, аналіз згинального елемента та розрахунок необхідно проводити в такій послідовності:

1. Встановлюємо значення напруження в найбільш стиснутому волокні при першому завантаженні $\sigma_{c,1}$, для цього завантаження центр ваги буде знаходитися в залежності від коефіцієнта $\varphi_1 = 2/3$.

2. Знаходимо значення напруження в найбільш стис-

нутому волокні $\sigma_{c,n}$.

3. Обчислюємо центр ваги ділянки φ_n для всіх інших завантажень, враховуючи попередні значення. Пункт 2 та 3 повторюємо n кількість разів, при цьому встановлюємо повну епюру деформування.

Висновки. Отримано рівняння для побудови діаграми деформування деревини шляхом аналітичного аналізу з використання результатів випробування згинальних елементів прямокутного перерізу. Встановлено, що при відомих значеннях згинального моменту, відносних деформацій стиснутої зони та розтягнутої зони, за допомогою отриманих рівнянь можливо визначити значення напружень в дерев'яному згинальному прямокутному елементі за різних рівнів завантаження та побудувати епюри напружень стиснутої та розтягнутої зони, а також відповідних діаграм деформування. Методика дозволяє встановити неруйнівним методом характеристики деревини існуючої конструкції, а також визначити, на якій стадії напружено-деформованого стану перебуває елемент, що в свою чергу дозволить спрогнозувати подальшу роботу цього елемента.

ЛІТЕРАТУРА

1. Eurocode 5. Design of timber structures. Part 1.1. General rules and rules for buildings. – 1995. - 124p.
2. Гомон С.С., Гомон С.С., Сасовський Т.А. Діаграма механічного стану деревини сосни за одноразового короточасного деформування до повної втрати міцності матеріалу // Зб. Ресурсоєкономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди. Вип. 23. Рівне, НУВГП, 2012. С. 166-171.
3. Гомон С.С., Гомон С.С., Сасовський Т.А. Построение полной диаграммы деформирования древесины сосны при действии статической нагрузки // Сборник научных трудов "Материалы, оборудование и ресурсосберегающие технологии". ГУ ВПО «Белорусско-Российский университет». Часть 2. Могилев, 2012. – С. 81-82.
4. Гомон С.С., Сасовский Т.А. Работа изгибаемых элементов из клееной древесины при малоцикловых нагрузках // Вестник Белорусско-Российского университета, в.1(50), Могилев, УПКП МЭУП, 2016. С. 130-139.
5. Gomon S., Pavluk A. Study on working peculiarities of glue laminated beams under conditions of slanting bending // Underwater technologies. Vol. 07, 2017. P. 42-48.
6. Гомон С.С., Поліщук М.В. Експериментально-статистичні дослідження залежностей «січний модуль-рівень напружень» для цільної та клеєної деревини // Ресурсоєкономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди. Збірник наукових праць. Випуск 35. Рівне, 2018. С.60-67.

REFERENCES

2. Gomon S.S., Gomon S.S., Sasov'skyu T.A. The diagram of mechanical condition of wooden pine tree one-time used and short-term deformation to the full loose of the material's strength // Sb. Resource-saving materials, constructions, buildings and constructions. -Vip. 23. Rivne, NUVGP, 2012. P. 166-171.
3. Gomon S.S., Gomon S.S., Sasov'skyu T.A. Construction of a complete diagram of pine wood deformation under the action of a static load // Collected scientific works "Materials, equipment and resource-saving technologies". The Belarusian-Russian University. Part. Mogilev, 2012. P. 81-82.
4. Gomon S.S., Sasov'skyu T.A. The work of bent elements from glued wood with low cyclic loads // Bulletin of the Belarusian-Russian University, p.1 (50), Mogilev, UPKP MEUP, 2016. P. 130-139.
5. Gomon S., Pavluk A. Study on working peculiarities of glue laminated beams under conditions of slanting bending //Underwater technologies, Vol. 07, 2017. P. 42-48.
6. Gomon S.S., Polischuk M.V. An experimental and statistical investigation of "modulus elastisiti – stress level" dependencies of solid and glued timber // Resursoeconomni materials, constructions, budivlty spores. Zbirnik naukovykh prat. Vypusk 35. Rivne, 2018. - P.60-67.

An universal method of determining stresses in a compressed zone of rectangular wooden beams based on their deformation

S. S. Gomon, P. S. Gomon, S. S. Gomon

Abstract. The universal method of determining the stress-strained condition of wooden elements during the work on a pure transverse bend at any stage of work up to destruction. The basic prerequisites for the rectangular wooden elements that are most used in construction are accepted. In the article a method for constructing wood deformation diagrams using experimental beam test data was proposed. The chart of stresses at the so-called second loading of the beam is given. It is established that with known values of bending moment, relative deformations of the compressed zone and the stretched zone, using the obtained equations it is possible to determine the values of stresses in the wooden bending rectangular element at different loading levels and construct a diagram of the stresses of the compressed and stretched zone, as well as their deformation diagram. A technique which enable to predict the wooden element will work and to establish the stage of stress-strained condition in which the element is located has been developed.

Keywords: wood, wood beam, stress-strained condition, stress, deformation.