

## Про викладання окремих питань лінійної алгебри українським та іноземним студентам технічних спеціальностей

О. В. Карупу\*, Т. А. Олешко, В. В. Пахненко

Національний авіаційний університет, Київ, Україна

\*Corresponding author: E-mail: karupu@ukr.net

Paper received 25.01.20; Accepted for publication 11.02.20.

<https://doi.org/10.31174/SEND-PP2020-219VIII87-04>

**Анотація.** Вивчення лінійної алгебри є важливим для професійного становлення майбутніх фахівців усіх технічних спеціальностей. Ми представляємо наш досвід викладання окремих питань лінійної алгебри іноземним та українським студентам, що навчаються за технічними спеціальностями в Національному авіаційному університеті. Розглянуто проблеми методичного, дидактичного та організаційного характеру, що виникають у процесі викладання в англомовних академічних групах студентам, для яких англійська мова не є рідною.

**Ключові слова:** викладання англійською, викладання лінійної алгебри, визначники та матриці, вектори, системи лінійних алгебраїчних рівнянь, квадратичні форми.

**Вступ.** В багатьох університетах України здійснюється підготовка іноземних студентів. Зокрема, майбутні фахівці авіаційної галузі навчаються в Національному авіаційному університеті (НАУ). НАУ є авторитетним міжнародним центром, в якому за роки його історії підготовлено більш як 200 000 висококласних спеціалістів для 160 країн. На сьогоднішній день в НАУ навчається близько 25 тисяч студентів, серед яких майже 1500 іноземців з 55 країн. Тому в нашому університеті традиційно приділяють велику увагу вирішенню різноманітних організаційних та методичних питань, пов'язаних з навчанням іноземних студентів з різних країн світу.

Починаючи з 1999 року в НАУ на окремих спеціальностях впроваджується англомовне навчання, коли викладання всіх дисциплін здійснюється англійською мовою. Вибір мови навчання здійснюється іноземними студентами в залежності від їх мовної підготовки та планів на майбутнє працевлаштування. Останні роки більшість іноземних студентів обирає навчання англійською мовою. Відмітимо, що певна частина іноземних студентів обирає навчання українською мовою. У навчанні в англомовних групах зацікавлені також і українські студенти, зорієнтовані на наступне працевлаштування в авіаційних компаніях, що здійснюють міжнародні перевезення. Це пов'язане з тим, що англійська мова є однією з офіційних мов Міжнародної організації цивільної авіації (ІКАО) і для майбутніх фахівців в галузі авіації дуже важливою є можливість отримання професійної освіти англійською мовою.

Перед викладачами, задіяними у роботі в англомовних групах в рамках Програми "Вища освіта іноземною мовою", виникає ціла низка питань щодо специфіки викладання математичних дисциплін, зокрема, дисципліни "Лінійна алгебра та аналітична геометрія" та дисципліни "Вища математика", англійською мовою студентам, для яких ця мова не є рідною. На наш погляд, є цікавим дослідження питань, пов'язаних з особливостями викладання лінійної алгебри вище означеним студентам.

Вивчення лінійної алгебри є важливим для професійного становлення майбутніх фахівців усіх технічних, зокрема авіаційних, спеціальностей, оскільки вона дає універсальний набір інструментів і навичок,

що може бути застосований в різних прикладних областях. Обсяг теоретичного матеріалу і інтегровані вимоги до знань та умінь з лінійної алгебри для студентів різних технічних спеціальностей можуть суттєво відрізнитися, перед викладачами постають проблеми відбору тем, запропонованих для вивчення студентам відповідно спеціальності навчання (розв'язується при складанні робочих програм та узгодженні її з випусковою кафедрою). Крім того, мають бути вирішеними проблеми визначення співвідношення обсягу і спрямованості теоретичного і практичного матеріалу в складі відібраних тем (розв'язується при складанні та узгодженні робочих програм) і проблеми вибору методичного забезпечення викладання для відповідної спеціальності навчання (розв'язується при підготовці підручників та навчальних посібників і в процесі проведення всіх видів навчальних занять).

Певну специфіку ці проблеми мають при викладанні українським та іноземним студентам. Свої особливості має робота викладача в академічних групах з інтернаціональним складом, в яких навчаються як українські, так і іноземні студенти. Спеціальних підходів вимагає викладання математики, зокрема лінійної алгебри, англійською мовою. Певні нюанси має також робота викладача з англомовними студентами, для яких англійська мова не є рідною.

**Короткий огляд публікацій за темою.** Різноманітні питання, пов'язані з навчанням іноземних студентів в Україні, досліджувалися багатьма авторами. Зокрема, проблеми адаптації іноземних студентів до освітнього середовища України вивчалися Довгодько [1], проблеми фундаменталізації змісту природничо-математичної підготовки іноземних студентів вивчалися Зінонос [2], загальні проблеми викладання математики іноземним студентам технічних спеціальностей вивчалися Ічанською і Наливайко [3], особливості викладання математичних дисциплін іноземним студентам за кредитно-модульною системою та викладання математичних дисциплін в мультинаціональних групах вивчалися Карупу, Олешко і Пахненко [4,5].

Викладання лінійної алгебри в технічному університеті забезпечується великою кількістю підручників. Методика її викладання студентам технічних спеціа-

льностей навчання досліджується багатьма авторами. Проте всі проблеми викладання лінійної алгебри мають свою специфіку при роботі з іноземними студентами. Свої особливості має також викладання лінійної алгебри англійською мовою. Починаючи з 2007 року в рамках Програми “Вища освіта іноземною мовою” НАУ ми проводимо дослідження з методики викладання англійською мовою математичних дисциплін іноземним та українським студентам. Деякі особливості викладання окремих розділів лінійної алгебри іноземним та українським студентам розглядалися в рамках дослідження з методики викладання англійською мовою математичних дисциплін [6 – 8] та лінійної алгебри і аналітичної геометрії англійськомовним студентам в Національному авіаційному університеті [9 – 11].

**Мета статті.** Метою даної роботи є аналіз досвіду викладання окремих питань лінійної алгебри в складі дисциплін “Лінійна алгебра та аналітична геометрія” і “Вища математика” англійською мовою студентам, які не є носіями цієї мови, дослідження специфіки організації навчальної роботи студентів під час лекцій та практичних занять і надання на основі цього дослідження методичних рекомендацій до роботи викладача з іноземними та українськими студентами англійськомовних академічних груп різних технічних спеціальностей.

**Матеріали та методи.** Дослідження ефективності різних методів викладу навчального матеріалу з лінійної алгебри та організації навчального процесу під час лекцій, практичних занять, індивідуальної роботи студентів проводиться традиційними методами, тобто шляхом порівняння поточної та семестрової успішності різних груп та аналіз суб’єктивних оцінок студентів, отриманих за допомогою анонімного анкетування і відкритих дискусій.

**Результати та їх обговорення.** Навчальними планами підготовки майбутніх фахівців технічних спеціальностей за всіма спеціальностями передбачено вивчення лінійної алгебри. В НАУ для студентів більшості спеціальностей питання лінійної алгебри викладаються в складі відповідних розділів синтетичної дисципліни “Вища математика” і тільки для окремих спеціальностей, що потребують поглибленої математичної підготовки, ці питання викладаються в складі дисципліни “Лінійна алгебра та аналітична геометрія”. Проте деякі теми, в тому чи іншому обсязі, обов’язково входять у робочі програми за всіма спеціальностями підготовки. Крім того, робочі програми за багатьма спеціальностями передбачають також вивчення деяких додаткових питань лінійної алгебри. Зокрема, робоча програма дисципліни “Лінійна алгебра та аналітична геометрія” передбачає вивчення лінійних просторів, лінійних операторів, білінійних та квадратичних форм.

Розглянемо основні, на наш погляд, проблеми, що постають при викладанні основних питань, що відносяться до лінійної алгебри, українським і іноземним студентам англійськомовних груп.

Аналіз контингенту іноземних студентів НАУ показує, що вони є представниками різних систем освіти, що часто відрізняються одна від одної. При цьому рівень знань і обсяг інформації, який іноземні студен-

ти набули у себе на батьківщині, за багатьма параметрами суттєво відрізняється від рівня знань випускників середніх шкіл України. При формулюванні загальних проблем, що постають перед викладачами при викладанні математичних дисциплін іноземним студентам, перш за все слід відмітити певну відмінність в підходах до оцінки значущості різних тем та їх взаємозв’язків, що практикувалися при навчанні цих студентів ще в середній школі в інших країнах. Специфічність теоретичної і практичної підготовки іноземних студентів з деяких базових питань шкільного курсу математики найчастіше проявляються саме на практичних заняттях в процесі розв’язування задач. Цей фактор має як негативне, так і позитивне значення для роботи викладача, що проводить заняття.

При роботі з іноземними студентами необхідно звернути увагу на особливості викладання алгебри в середніх школах відповідних країн, зокрема на систему позначень і термінів; враховувати, що англійська мова не є рідною для цих студентів; враховувати, що навчання в середній школі відбувалось рідною мовою; іноземні студенти є носіями мов, для яких є характерними або відмінний від звичного для нас напрямок написання тексту або ієрогліфічна писемність. Крім того, оскільки і для українських і для іноземних студентів є важливим якомога краще володіння спеціальною і англійською і українською термінологією, то при викладанні слід також підкреслювати певну специфіку термінів. Потрібно зауважити, що засвоєння англійської математичної термінології з лінійної алгебри не викликає особливих труднощів як у іноземних, так і в українських студентів. Певний виняток складає тільки запам’ятовування назв добуток векторів та систем координат: скалярний добуток – “dot product”, векторний добуток – “cross product”, мішаний добуток – “triple product”, декартова система координат – “Cartesian coordinate system”.

Мікромодуль “Елементи векторної алгебри” в цілому непогано засвоюється іноземними студентами оскільки вони непогано знають базові поняття векторної алгебри, причому деякі з них підготовлені краще значної частини українських студентів. Зауважимо, що при цьому вони достатньо ефективно використовують теоретичні знання для розв’язування задач. Проте слід відмітити, що для достатньо впевненого оволодіння навичками застосування добуток векторів, значна частина іноземних студентів потребує більше аудиторного навчального часу, ніж це може бути виділено робочими програмами.

Дещо складнішим для багатьох іноземних студентів є засвоєння мікромодуля “Елементи лінійної алгебри”. Відмітимо, що більшість іноземних студентів непогано оперують з визначниками і матрицями. Як правило, рівень сприйняття ними більш абстрактних питань є набагато нижчим. Певні проблеми виникають у більшості студентів з обчисленням рангу матриці за методом обвідних мінорів, причому слід відмітити, що частина з них погано розуміє, що саме вони обчислюють. Значно краще засвоюється метод елементарних перетворень, оскільки частина іноземних студентів ще в середній школі зустрічалася з методом Гауса. Як правило, ще складнішим для багатьох іноземних студентів є знаходження власних чи-

сел і власних векторів матриці. Ми вважаємо доцільним надати студентам рекомендації по використанню систем комп'ютерної математики до обчислення визначників та обернених матриць, для дій з матрицями і визначниками. При цьому ми вважаємо обов'язковим показати студентам обмеження на застосування цих систем.

Мікромодуль "Системи лінійних алгебраїчних рівнянь" достатньо добре сприймається на рівні алгоритмів основних методів розв'язання систем і гірше на рівні дослідження сумісності системи. Вважаємо, що при викладанні цього матеріалу студентам усіх категорій особливу увагу слід приділяти методу Гауса, підкреслюючи важливість методу Гауса з вибором провідного елемента як методу, що використовується при обчисленнях з округленням і для систем з коефіцієнтами, що є наближеними числами. Крім того, ми вважаємо доцільним анонсувати зв'язок методу Гауса з симплекс-методом, який студенти будуть вивчати в дисципліні "Математичні методи оптимізації".

Як правило, рівень сприйняття іноземними студентами більш абстрактних питань є набагато нижчим. Значні труднощі у багатьох іноземних студентів (при навчанні не тільки англійською, але й українською і російською мовою) починаються при вивченні мікромодуля "Лінійні простори та лінійні оператори. Білінійні та квадратичні форми", як на рівні розуміння теоретичного матеріалу, так і при розв'язуванні навіть простих задач. Більшість українських студентів, що навчаються за всіма спеціальностями галузі знань "Інформаційні технології", як правило, засвоюють цей матеріал на достатньому рівні. Особливо складними для вивчення багатьма іноземними студентами (на жаль, і певною частиною українських студентів також) є застосування квадратичних форм. Ці складнощі, як правило, випливають як з недостатнього розуміння теорії квадратичних форм, так і з недостатнього рівня навичок оперування з квадратичними формами і недостатньо високого рівня загальних аналітичних навичок. Українські студенти, особливо ті, що навчалися в середній школі в класах з поглибленим вивченням математики, показують дещо кращі результати.

Зауважимо, що певна частина проблем, що постають при викладанні іноземним студентам лінійної алгебри, пов'язана з достатньо поверховим рівнем сприйняття більшістю студентів технічних вузів (як українських, так і іноземних) абстрактних питань лінійної алгебри і недостатнім розумінням ними важливості володіння теоретичним матеріалом, без якого самостійне розв'язування змістовних задач є неможливим. На наш погляд, велике значення для подальшого навчання студентів в університеті і для їх майбутньої професійної діяльності має не тільки надання окремих теоретичних знань та практичних навичок розв'язування задач, але й формування цілісного сприйняття методів лінійної алгебри в процесі її ви-

вчення, розуміння суті алгебраїчного підходу, розуміння поняття лінійного оператора та його зв'язок з матрицями, розвиток у студентів інтелектуальних умінь і творчих здібностей.

Відмітимо, що більшість іноземних студентів дуже добре сприймають опорні матеріали, які крім рівнянь і рисунків містять також і словесні описання ознак відповідних об'єктів. Зауважимо, що іноземні студенти, які навчаються за спеціальностями "Комп'ютерна інженерія" та "Інженерія програмного забезпечення" краще сприймають опорні матеріали, що включають блок-схеми відповідних алгоритмів на відміну від студентів, що навчаються за спеціальностями "Авіаційна та ракетно-космічна техніка", "Авіаційний транспорт" та "Авіоніка", для яких опорні матеріали у вигляді таблиць є більш ефективними. Ця відмінність спостерігається також і для українських студентів англійськомовних груп.

Наявність англійськомовних опорних матеріалів та англійськомовних посібників, що містять необхідний теоретичний матеріал з великою кількістю розв'язаних прикладів і необхідну термінологію з перекладом, є критично необхідною для переважної більшості іноземних і дуже важливою для українських студентів. Розділи, пов'язані з викладанням лінійної алгебри англійською мовою супроводжуються двома посібниками [12, 13]. Крім того, теорію квадратичних форм та її застосування до дослідження кривих та поверхонь другого порядку, вивчення яких входить в програму дисципліни "Лінійна алгебра та аналітична геометрія", наведено в англійськомовному посібнику [14]. Ми також вважаємо корисним надавати студентам рекомендації по знаходженню математичної інформації в пошукових системах.

**Висновки.** Проведено аналіз практики викладання англійською мовою окремих питань лінійної алгебри в складі дисциплін "Лінійна алгебра та аналітична геометрія" та "Вища математика" іноземним та українським студентам, що навчаються за технічними спеціальностями в Національному авіаційному університеті. Розглянуто особливості викладання в технічному університеті цих тем, проаналізовано стан його методичного забезпечення і надано певні рекомендації по роботі викладача для покращення засвоєння більшості тем студентами різних категорій.

Зокрема, рекомендується приділяти більшу увагу виробленню навичок розпізнавання основних типів найпростіших задач. Рекомендується детальна алгоритмізація викладачем цього процесу при проведенні практичних занять і консультацій. При роботі зі студентами зі слабкою математичною і мовною підготовкою рекомендується надавати студентам алгоритми розпізнавання найпростіших типів типових задач.

Корисним, особливо для іноземних студентів, є також використання різноманітних опорних конспектів, причому певну ефективність має адаптація їх форми для студентів різних спеціальностей.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Довгоцько Т. І. Адаптація іноземних студентів до освітнього середовища України//Педагогіка і психологія професійної освіти, 2013. №2, С.114–120.
2. Зінонос, Н. О. Фундаменталізація змісту природничо-математичної підготовки іноземних студентів//Актуальні питання природничо-математичної освіти, 2016. Вип. 7/8, С. 26–30.
3. Ічанська Н. В., Наливайко Л. Г. Викладання математики іноземним студентам технічних спеціальностей//Витоки

- педагогічної майстерності. Серія: Педагогічні науки, 2017. Вип. 20, С.116—120.
4. Карупу О. В., Олешко Т.А., Пахненко В.В. Про деякі особливості викладання математичних дисциплін іноземним студентам за кредитно-модульною системою//Вісник Черкаського університету. Серія: Педагогічні науки, 2013. № 8 (261), С. 52–57.
  5. Карупу О. В., Олешко Т.А., Пахненко В.В. Про особливості викладання математичних дисциплін студентам технічних спеціальностей в мультинаціональних академічних групах//Science and Education a New Dimension. Pedagogy and Psychology, 2019. Vol. VII (77), Issue 188, P. 21–24.
  6. Карупу О. В., Олешко Т.А., Пахненко В.В. Про деякі особливості викладання математичних дисциплін англomовним студентам//Вісник Чернігівського національного педагогічного університету. Серія: Педагогічні науки, 2011. № 83, С.76–79.
  7. Карупу О. В., Олешко Т.А., Пахненко В.В. Деякі особливості викладання математичних дисциплін іноземним студентам//Східно-Європейський журнал передових технологій, 2012. №2/2 (56), С. 11–14.
  8. Карупу О. В., Олешко Т.А., Пахненко В.В. Аналіз практики викладання вищої математики українським та іноземним студентам в Національному авіаційному університеті//Science and Education a New Dimension. Pedagogy and Psychology, 2013. Issue 5, P. 88–92.
  9. Карупу О. В., Олешко Т.А., Пахненко В.В. Про деякі методичні аспекти викладання лінійної алгебри та аналітичної геометрії в Національному авіаційному університеті//Science and Education a New Dimension: Pedagogy and Psychology, 2016. Vol. IV (38), Issue 77, 29–32.
  10. Карупу О. В., Олешко Т.А., Пахненко В.В. Про викладання деяких питань лінійної алгебри англomовним студентам в Національному авіаційному університеті//Вісник Черкаського університету. Серія: Педагогічні науки, 2017. № 11, 26–33.
  11. Карупу О. В., Олешко Т.А., Пахненко В.В. Про викладання лінійної алгебри та аналітичної геометрії англomовним студентам технічних спеціальностей в НАУ. Фізико-математична освіта, 2018. 18(4), 59–64.
  12. Denisiuk, V. P., Grishina, L. I., Karupu, O. V., Oleshko, T. A., Pakhnenko, V. V., Repeta V. K. Higher mathematics. Part 1: Manual. Kyiv: NAU, 2009. 268 p.
  13. Antonova, A. O., Klyus, I. S., Lastivka, I. O., Trofymenko, V. I. Higher mathematics. Linear algebra. Algebra of vectors. Elements of analytic geometry: Methodical Guide. Kyiv: NAU, 2018. 60 p.
  14. Grebeniuk M. F., Karupu O. V. Bilinear and quadratic forms in geometry. Manual. Kyiv: NAU, 2004. 74p.

#### REFERENCES

1. Dovahodko T. I. Adaptation of foreign students to the educational environment of Ukraine//Pedagogy and psychology of professional education, 2013. № 2, P. 114–120.
2. Zinonos N. O. Fundamentalization of the content of foreign students training in science and mathematics//Aktualni pytannia pryrodnycho-matematychnoi osvity, 2016. Vyp. 7/8, P. 26–30.
3. Ichanska N. V., Nalyvaiko L. G. Teaching of mathematics to foreign students of technical specialties//Vytyky pedagogichnoi maisternosti. Serii: Pedagogichni nauky, 2017. Vyp. 20, P. 116–120.
4. Karupu O. V., Oleshko, T. A., Pakhnenko V. V. On specificity of teaching of mathematical disciplines to foreign students for credit-modular system//Cherkasy University Bulletin: Pedagogical Sciences, 2013. 8 (261), P. 52–57.
5. Karupu O. V., Oleshko T. A., Pakhnenko V. V. On peculiarities of teaching mathematical disciplines to students of technical specialties in multinational academic groups//Science and Education a New Dimension. Pedagogy and Psychology, 2019. Vol. VII (77), Issue 188, P. 21–24.
6. Karupu O. V., Oleshko, T. A., Pakhnenko V. V. On specificity of teaching of mathematical disciplines to English-speaking students//Visnyk Chernihivskogo natsionalnogo pedagogichnogo universytetu. Series: Educational sciences, 2011. Issue 83, P. 76–79.
7. Karupu O. V., Oleshko, T. A., Pakhnenko V. V. About teaching of mathematical disciplines to foreign students//Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, 2012. Vol. 2, 2(56), P. 11–14.
8. Karupu O. V., Oleshko, T. A., Pakhnenko V. V. Analyzing practice of teaching higher mathematics to Ukrainian and foreign students in National Aviation University//Science and Education a New Dimension. Pedagogy and Psychology, 2013. Issue 5, P. 88–92.
9. Karupu O. V., Oleshko, T. A., Pakhnenko V. V. On some methodical aspects of teaching to linear algebra and analytic geometry in National Aviation University//Science and Education a New Dimension: Pedagogy and Psychology, 2016. Vol. IV (38), Issue 77, P. 29–32.
10. Karupu O. V., Oleshko, T. A., Pakhnenko V. V. On teaching some issues of linear algebra to English-speaking students at National aviation university//Cherkasy University Bulletin: Pedagogical Sciences, 2017. № 11, P. 26–33.
11. Karupu O. V., Oleshko, T. A., Pakhnenko V. V. On teaching linear algebra and analytic geometry to english-speaking students of technical institutes of NAU//Physical & Mathematical Education, 2017. No. 4 (14), P. 33–36 (2017) (in Ukrainian).
12. Denisiuk, V. P., Grishina, L. I., Karupu, O. V., Oleshko, T. A., Pakhnenko, V. V., Repeta V. K. Higher mathematics. Part 1: Manual. Kyiv: NAU, 2009. 268 p.
13. Antonova, A. O., Klyus, I. S., Lastivka, I. O., Trofymenko, V. I. Higher mathematics. Linear algebra. Algebra of vectors. Elements of analytic geometry: Methodical Guide. Kyiv: NAU, 2018. 60 p.
14. Grebeniuk M. F., Karupu O. V. Bilinear and quadratic forms in geometry. Manual. Kyiv: NAU, 2004. 74p.

#### About teaching to certain questions of linear algebra to Ukrainian and foreign students of technical specialties

**O. W. Karupu, T. A. Oleshko, V. V. Pakhnenko**

**Abstract.** Knowledge in linear algebra is important for the professional formation of future specialists in all technical specialties. We present our experience of teaching some issues of linear algebra to foreign and Ukrainian students studying in technical specialties at the National Aviation University. Methodical, didactic and organizational problems, arising in the process of teaching in English-speaking academic groups to students being non-native English-speakers, are considered.

**Keywords:** teaching in English, teaching linear algebra, determinants and matrices, vectors, systems of linear algebraic equations, quadratic forms.