О максимальном полувнутреннем ω-спутнике ω-веерной формации конечных групп

М.М. Сорокина*, Р.А. Макухин

Брянский государственный университет имени И.Г. Петровского, Брянск, Россия
*Corresponding author. E-mail: mmsorokina@yandex.ru

Paper received 30.11.15; Accepted for publication 09.12.15.

Аннотация. Работа посвящена исследованию ω-спутников ω-веерных формаций конечных групп. Пусть P – множество всех простых чисел, $\phi \neq \omega \subseteq \mathrm{P}$, f – отображение множества $\omega \cup \{\omega'\}$ во множество всех формаций конечных групп, δ – отображение множества P во множество всех непустых формаций Фиттинга конечных групп. Формация $\mathrm{F} = (G \in \mathrm{G}:\ G/O_{\omega}(G) \in f(\omega')$ и $G/G_{\delta(p)} \in f(p)$ для всех $p \in \omega \cap \pi(G))$ называется ω-веерной формацией с ω-спутником f и направлением δ. В настоящей работе получено описание строения максимального полувнутреннего ω-спутника ω-веерной формации с $b_q p$-направлением δ для некоторого простого числа $q \in \omega$.

Ключевые слова: *конечная группа; класс групп; формация групп; ω-веерная формация, ω-спутник формации*

В теории классов конечных групп центральное место занимают классы, называемые формациями. Формации были введены в рассмотрение Гашюцом в 1963 году в работе [1]. Основные положения теории формаций конечных групп представлены в монографии Л.А. Шеметкова [2]. В настоящее время наиболее изученными являются локальные формации, введенные Гашюцом в [1], и композиционные формации, определенные Л.А. Шеметковым в [3]. В 1999 году В.А. Ведерниковым были открыты ω-веерные и Ω-расслоенные формации конечных групп, являющиеся естественным обобщением локальных и композиционных формаций конечных групп соответственно (см., например, [4, 5]). К основным видам ω-веерных формаций относятся ω-локальные, ω-специальные, ω-центральные, ω-полные формации. Основными видами Ω-расслоенных формаций являются Ω-композиционные, Ω-биканонические, Ω-канонические, Ω-свободные формации. Изучением различных видов ω-веерных и Ω-расслоенных формаций занимались Еловикова Ю.А., Силенок Н.В., Корпачева М.А., Демина Е.Н. и другие (см., например, [6–9]).

При изучении ω-веерных формаций существенную роль играют их внутренние ω-спутники. Описание строения минимального внутреннего ω-спутника ω-веерной формации приведено в [4]. В [10] получено описание строения максимального внутреннего ω-спутника ω-веерной формации. В монографии [11] Л.А. Шеметковым и А.Н. Скибой были введены в рассмотрение полувнутренние экраны (или иначе, спутники) композиционных формаций. В [12] рассмотрены полувнутренние Ω-спутники Ω-расслоенной формации конечных групп.

В настоящей статье, следуя [11], вводится определение полувнутреннего ω-спутника ω-веерной формации. Целью работы является описание строения максимального полувнутреннего ω-спутника ω-веерной формации с $b_q p$-направлением, где q – некоторое простое число из ω.

Рассматриваются только конечные группы. При доказательстве утверждений используются методы доказательств теории групп и теории классов групп. Основные определения и обозначения, используемые в работе, можно найти в [2, 4, 10]. Приведем лишь некоторые из них.

Классом групп называется всякое множество групп, содержащие вместе с каждой своей группой G и все группы, изоморфные G.

Класс групп F называется *формацией*, если выполняются следующие условия:

1) из того, что $G \in \mathrm{F}$ и N – нормальная подгруппа группы G, следует $G/N \in \mathrm{F}$;

2) из $G/N \in \mathrm{F}$ и $G/M \in \mathrm{F}$ следует $G/N \cap M \in \mathrm{F}$.

Класс групп F называется *классом Фиттинга*, если выполняются следующие условия:

1) из того, что $G \in \mathrm{F}$ и N – нормальная подгруппа группы G, следует $N \in \mathrm{F}$;

2) из того, что $G = N_1 N_2$ и N_1, N_2 – нормальные F-подгруппы группы G, следует $G \in \mathrm{F}$.

Пусть P – множество всех простых чисел, ω – непустое подмножество множества P, G – класс всех конечных групп, G_{ω} – класс всех ω-групп, то есть таких групп G, что $\pi(G) \subseteq \omega$, где $\pi(G)$ – множество всех простых делителей порядка группы G.

Через (X) обозначается класс групп, порожденный множеством групп X, т.е. (X) – пересечение всех классов групп, содержащих множество X. В частности, (G) – класс всех групп, изоморфных группе G.

Пусть $p \in \mathrm{P}$. Тогда $\mathrm{N}_p = \mathrm{G}_{\{p\}}$ – класс всех конечных p-групп, $p' = \mathrm{P} \setminus \{p\}$, $\mathrm{G}_{p'} = \mathrm{G}_{\{p\}'}$.

Через G_{F} обозначается F-радикал группы G, т.е. наибольшая нормальная F-подгруппа группы G, где F – непустой класс Фиттинга групп; через G^{F} обозначается F-корадикал группы G, т.е. наименьшая нормальная подгруппа группы G, факторгруппа по которой принадлежит F, где F – непустая формация групп;

 ©M. M. Sorokina, R. A. Makukhin 2015

$O_p(G)$ и $O_\omega(G)$ – $\mathfrak{N}_p$-радикал и $\mathfrak{G}_\omega$-радикал группы G соответственно.

Пусть $\mathfrak{F}_1$ и $\mathfrak{F}_2$ – классы групп. Тогда $\mathfrak{F}_1\mathfrak{F}_2 = (G \in \mathfrak{G}$: G имеет нормальную подгруппу $N \in \mathfrak{F}_1$ такую, что $G/N \in \mathfrak{F}_2$).

Функции f: $\omega \cup \{\omega'\} \to$ {формации групп}, g: $\mathbb{P} \to$ {формации групп}, δ: $\mathbb{P} \to$ {непустые формации Фиттинга} называются соответственно *ωF-функцией, $\mathbb{P}F$-функцией* и *$\mathbb{P}FR$-функцией*. Формация $\omega F(f,\delta) = (G \in \mathfrak{G}$: $G/O_\omega(G) \in f(\omega')$ и $G/G_{\delta(p)} \in f(p)$ для всех $p \in \omega \cap \pi(G)$) называется *ω-веерной* формацией с ω-спутником f и направлением δ; формация $\mathbb{P}F(g,\delta) = (G \in \mathfrak{G}$: $G/G_{\delta(p)} \in g(p)$ для всех $p \in \pi(G)$) называется *веерной* формацией со спутником g и направлением δ [4].

Направление δ ω-веерной формации называется *b_q-направлением*, где $q \in \mathbb{P}$, если $\delta(q)\,\mathfrak{N}_q = \delta(q)$; *$p$-направлением*, если $\delta(r) = \mathfrak{G}_{r'}\delta(r)$ для любого $r \in \mathbb{P}$; *$b_q p$-направлением*, если δ является b_q-направлением и p-направлением [10]. ω-спутник f ω-веерной формации $\mathfrak{F}$ называется *внутренним* ω-спутником, если $f(p) \subseteq \mathfrak{F}$ для всех $p \in \omega \cup \{\omega'\}$.

Монолитической называется группа, обладающая единственной минимальной нормальной подгруппой (монолитом).

Приведем несколько утверждений, используемых при доказательстве основного результата статьи.

Лемма 1 (Лемма 4 [4]). *Пусть $\mathfrak{F} = \omega F(f,\delta)$, где δ – произвольная $\mathbb{P}FR$-функция. Тогда справедливы следующие утверждения*:

(1) $\mathfrak{F} = \omega F(g,\delta)$, *где* $g(p) = f(p) \cap \mathfrak{F}$ *для любого* $p \in \omega \cup \{\omega'\}$;

(2) $\mathfrak{F} = \omega F(h,\delta)$, *где* $h(\omega') = \mathfrak{F}$ *и* $h(p) = f(p)$ *для любого* $p \in \omega$.

Лемма 2 (Лемма 2 [10]). *Пусть $\mathfrak{F} = \omega F(f,\delta)$ с p-направлением δ. Тогда*

(1) *если* $p \in \omega$, $G/O_p(G) \in \mathfrak{F}$ *и* $G/G_{\delta(p)} \in f(p)$, *то* $G \in \mathfrak{F}$;

(2) *если* $G/O_{\omega'}(G) \in \mathfrak{F}$ *и* $G/O_\omega(G) \in f(\omega')$, *то* $G \in \mathfrak{F}$;

(3) *если* $G/M \in \mathfrak{F}$, $G/G_{\delta(p)} \in f(p)$ *для любого* $p \in \omega \cap \pi(M)$ *и* $G/O_\omega(G) \in f(\omega')$, *то* $G \in \mathfrak{F}$.

Лемма 3 (Лемма 5 [10]). *Пусть $\mathfrak{F}$ – ω-веерная формация с ω-спутником f и b_p-направлением δ. Тогда выполняются следующие утверждения*:

(1) $O_p(G/G_{\delta(p)}) = 1$ *для любой группы* G;

(2) $\mathfrak{F}$ *обладает ω-спутником g таким, что* $g(q) = f(q)$ *для всех* $q \in \{\omega'\} \cup (\omega \setminus \{p\})$ *и* $g(p) = \mathfrak{N}_p f(p)$.

Следуя [11], ω-спутник f ω-веерной формации $\mathfrak{F}$ назовем *полувнутренним* ω-спутником, если из $f(p) \neq \mathfrak{G}$ следует, что $f(p) \subseteq \mathfrak{F}$, для всех $p \in \{\omega'\} \cup \omega$. Аналогично, f – полувнутренний спутник веерной формации $\mathfrak{F}$, если из $f(p) \neq \mathfrak{G}$ следует, что $f(p) \subseteq \mathfrak{F}$ для любого $p \in \mathbb{P}$. *Максимальным полувнутренним* ω-спутником (спутником) ω-веерной (веерной) формации $\mathfrak{F}$ называется максимальный элемент множества всех полувнутренних ω-спутников (спутников) формации $\mathfrak{F}$.

Теорема 1. *Пусть $q \in \omega$, $\mathfrak{F}$ – ω-веерная формация с $b_q p$-направлением δ. Тогда $\mathfrak{F}$ обладает максимальным полувнутренним ω-спутником f таким, что $f(r) = h(r)$ для всех $r \in \{\omega'\} \cup (\omega \setminus \{q\})$ и $f(q) = \mathfrak{N}_q h(q)$, где h – произвольный полувнутренний ω-спутник формации $\mathfrak{F}$.*

<u>Доказательство.</u> Ввиду леммы 1 (1), ω-веерная формация $\mathfrak{F}$ обладает внутренними ω-спутниками. Поскольку всякий внутренний ω-спутник формации $\mathfrak{F}$ является полувнутренним, то множество всех полувнутренних ω-спутников формации $\mathfrak{F}$ не пусто. Пусть h – произвольный полувнутренний ω-спутник формации $\mathfrak{F}$. Так как δ является b_q-направлением, то по лемме 3 (2) формация $\mathfrak{F}$ обладает ω-спутником f таким, что $f(q) = \mathfrak{N}_q h(q)$ и $f(r) = h(r)$ для всех $r \in \{\omega'\} \cup (\omega \setminus \{q\})$.

Покажем, что f является полувнутренним ω-спутником формации $\mathfrak{F}$. Действительно, так как h – полувнутренний ω-спутник формации $\mathfrak{F}$, то для любого $r \in \{\omega'\} \cup \omega$ либо $h(r) = \mathfrak{G}$, либо $h(r) \subseteq \mathfrak{F}$. Следовательно, в силу строения f, для всех $r \in \{\omega'\} \cup (\omega \setminus \{q\})$ если $f(r) \neq \mathfrak{G}$, то $f(r) \subseteq \mathfrak{F}$. Далее, пусть $r = q$. Если $h(q) = \mathfrak{G}$, то $f(q) = \mathfrak{N}_q h(q) = \mathfrak{N}_q \mathfrak{G} = \mathfrak{G}$. Пусть $h(q) \neq \mathfrak{G}$. Тогда, согласно определению полувнутреннего ω-спутника ω-веерной формации, $h(q) \subseteq \mathfrak{F}$. Покажем, что в этом случае $f(q) \subseteq \mathfrak{F}$.

Допустим, $f(q) \not\subseteq \mathfrak{F}$ и G – группа наименьшего порядка из $f(q) \setminus \mathfrak{F}$. Тогда G является монолитической группой с монолитом $M = G^{\mathfrak{F}}$. Покажем, что $G/O_q(G) \in \mathfrak{F}$. Если $O_q(G) = 1$, то из $G \in f(q) = \mathfrak{N}_q h(q)$ следует, что $G \in h(q)$, и, ввиду $h(q) \subseteq \mathfrak{F}$, получаем $G \in \mathfrak{F}$. Противоречие. Следовательно, $O_q(G) \neq 1$. Тогда $M \subseteq O_q(G)$ и, значит, $G/O_q(G) \cong (G/M)/(O_q(G)/M) \in \mathfrak{F}$. Таким образом, $G/O_q(G) \in \mathfrak{F}$. Установим, что $G/G_{\delta(p)} \in h(q)$. Поскольку $G \in f(q)$, то $G/G_{\delta(q)} \in f(q) = \mathfrak{N}_q h(q)$. Это означает, что $(G/G_{\delta(q)})/O_q(G/G_{\delta(q)}) \in h(q)$.

Согласно лемме 3 (1), $O_q(G/G_{\delta(q)})=1$. Поэтому $G/G_{\delta(q)} \in h(q)$. Так как δ является p-направлением, то из $q \in \omega$, $G/O_q(G) \in \mathsf{F}$ и $G/G_{\delta(q)} \in h(q)$ по лемме 2 (1) имеем $G \in \omega F(h,\delta)=\mathsf{F}$. Получили противоречие. Следовательно, $f(q) \subseteq \mathsf{F}$. Тем самым установлено, что f является полувнутренним ω-спутником формации F.

Из строения ω-спутника f вытекает, что $h \le f$ для любого полувнутреннего ω-спутника h формации F. Поэтому f – максимальный полувнутренний ω-спутник формации F. Теорема доказана.

В случае, когда $\omega=\mathsf{P}$, из теоремы 1 непосредственно получаем следующее утверждение для веерных формаций.

Следствие 1.1. *Пусть $q \in \mathsf{P}$, F – веерная формация с $b_q p$-направлением δ. Тогда F обладает максимальным полувнутренним спутником f таким, что $f(r)=h(r)$ для всех $r \in \mathsf{P}\setminus\{q\}$ и $f(q)=\mathsf{N}_q h(q)$, где h – произвольный полувнутренний спутник формации F.*

Напомним, что ω-веерная формация F с направлением δ называется *ω-локальной* формацией, если $\delta(q)=\mathsf{G}_{q'}\mathsf{N}_q$ для всех $q \in \mathsf{P}$; *ω-специальной* формацией, если $f(q)=\mathsf{G}_{(Zq)'}\mathsf{N}_q$ для всех $q \in \mathsf{P}$; *ω-центральной* формацией, если $\delta(q)=\mathsf{S}_{cq}$ для всех $q \in \mathsf{P}$, где S_{cq} – класс всех конечных групп, у которых каждый главный q-фактор централен. Направления ω-локальной, ω-специальной и ω-центральной формаций обозначаются соответственно δ_1, δ_2 и δ_3 [10].

Поскольку δ_1, δ_2, δ_3 являются $b_q p$-направлениями для любого простого числа q, то из теоремы 1 получаем следующие результаты.

Следствие 1.2. *Пусть F – ω-локальная формация. Тогда F обладает максимальным полувнутренним ω-спутником f таким, что $f(r)=\mathsf{N}_r h(r)$ для любого $r \in \omega$, где h – произвольный полувнутренний ω-спутник формации F.*

<u>Доказательство.</u> Пусть q – некоторое простое число из ω. Согласно теореме 1, формация F обладает максимальным полувнутренним ω-спутником f таким, что $f(q)=\mathsf{N}_q h(q)$ и $f(r)=h(r)$ (1) для всех $r \in \{\omega'\} \cup (\omega\setminus\{q\})$, где h – произвольный полувнутренний ω-спутник формации F.

Пусть $r \in \omega\setminus\{q\}$. Покажем, что $f(r)=\mathsf{N}_r h(r)$. Поскольку направление δ_1 является $b_r p$-направлением, то по теореме 1 F обладает максимальным полувнутренним ω-спутником f_1 таким, что $f_1(r)=\mathsf{N}_r h(r)$ (2). Так как в (1) h – произвольный полувнутренний ω-спутник формации F, то выбирая для (1) в качестве h ω-спутник f_1, из (1) и (2) получаем $f(r)=f_1(r)=\mathsf{N}_r h(r)$ для любого $r \in \omega\setminus\{q\}$. Следствие доказано.

Следствие 1.3. *Пусть F – ω-специальная формация. Тогда F обладает максимальным полувнутренним ω-спутником f таким, что $f(r)=\mathsf{N}_r h(r)$ для любого $r \in \omega$, где h – произвольный полувнутренний ω-спутник формации F.*

Следствие 1.4. *Пусть F – ω-центральная формация. Тогда F обладает максимальным полувнутренним ω-спутником f таким, что $f(r)=\mathsf{N}_r h(r)$ для любого $r \in \omega$, где h – произвольный полувнутренний ω-спутник формации F.*

Следующая теорема устанавливает взаимосвязь между произвольными полувнутренними ω-спутниками ω-веерной формации F с $b_q p$-направлением, где $q \in \omega$.

Теорема 2. *Пусть $q \in \omega$, h_1 и h_2 – произвольные полувнутренние ω-спутники ω-веерной формации F с $b_q p$-направлением δ, G – группа. Тогда и только тогда $G/G_{\delta(q)} \in h_1(q)$, когда $G/G_{\delta(q)} \in h_2(q)$.*

<u>Доказательство.</u> 1. Пусть $G/G_{\delta(q)} \in h_1(q)$. Согласно теореме 1, формация F обладает максимальным полувнутренним ω-спутником f таким, что $f(q)=\mathsf{N}_q h_1(q)$ $=\mathsf{N}_q h_2(q)$. Установим, что $G/G_{\delta(q)} \in h_2(q)$. Если $h_2(q)=\mathsf{G}$, то $G/G_{\delta(q)} \in h_2(q)$. Пусть $h_2(q) \neq \mathsf{G}$. Тогда $\mathsf{N}_q h_1(q)=\mathsf{N}_q h_2(q) \neq \mathsf{G}$. Поскольку $G/G_{\delta(q)} \in h_1(q)$ и $h_1(q) \subseteq \mathsf{N}_q h_1(q)$, то $G/G_{\delta(q)} \in \mathsf{N}_q h_2(q)$. Это означает, что $(G/G_{\delta(q)})/O_q(G/G_{\delta(q)}) \in h_2(q)$. Так как по лемме 3 (1) $O_q(G/G_{\delta(q)})=1$, то $G/G_{\delta(q)} \in h_2(q)$.

2. Пусть $G/G_{\delta(q)} \in h_2(q)$. Проводя аналогичные рассуждения, как и в пункте 1, получим $G/G_{\delta(q)} \in h_1(q)$. Следствие доказано.

В случае, когда $\omega=\mathsf{P}$, из теоремы 2 непосредственно вытекает утверждение для веерных формаций.

Следствие 2.1. *Пусть $q \in \mathsf{P}$, h_1 и h_2 – произвольные полувнутренние спутники веерной формации F с $b_q p$-направлением δ, G – группа. Тогда и только тогда $G/G_{\delta(q)} \in h_1(q)$, когда $G/G_{\delta(q)} \in h_2(q)$.*

Таким образом, в работе для ω-веерной формации F с $b_q p$-направлением δ, где q – некоторое простое число из ω, получено описание строения максимального полувнутреннего ω-спутника, на основе которого рассмотрена взаимосвязь между произвольными полувнутренними ω-спутниками формации F.

ЛИТЕРАТУРА

1. Gaschütz, W. Zur Theorie der endlichen auflösbaren Gruppen // Math. Z., 1963. Vol. 80, № 4. S. 300-305.
2. Шеметков Л.А. Формации конечных групп. М.: Наука, 1978.
3. Шеметков Л.А. Ступенчатые формации групп // Матем. сб., 1974. Т. 94. № 4. С. 628-648.
4. Ведерников В.А., Сорокина М.М. ω-веерные формации и классы Фиттинга конечных групп // Математические заметки, 2002. Т. 71. Вып. 1. С. 43-60.
5. Ведерников В.А., Сорокина М.М. Ω-расслоенные формации и классы Фиттинга конечных групп // Дискретная математика, 2001. Т.13. Вып. 3. С. 125-144.
6. Ведерников В.А., Демина Е.Н. Ω-расслоенные формации мультиоператорных Т-групп // Сиб. матем. ж., 2010. Т. 51. № 5. С. 990-1009.
7. Еловикова Ю.А. О тождествах решеток Ω-канонических формаций // Вестник Брянского государственного университета, 2012. № 4. С. 12-16.
8. Корпачева М.А., Сорокина М.М. Критические ω-веерные τ-замкнутые формации конечных групп // Дискретная математика, 2011. Т. 23. Вып. 1. С. 94-101.
9. Сорокина М.М., Силенок Н.В. Критические Ω-расслоенные формации конечных групп // Математические заметки, Т. 72, Вып. 2, 2002. С. 269-282.
10. Ведерников В.А. О новых типах ω-веерных формаций конечных групп // Укр. Матем. Конгресс. Алг. і теор. чисел. Праці. Киев, 2002. С. 36-45.
11. Шеметков Л.А., Скиба А.Н. Формации алгебраических систем. М.: Наука, 1978.
12. Сорокина М.М. Полувнутренние Ω-спутники Ω-расслоенных формаций конечных групп // Вестник Брянского государственного университета, 2013. №4. С. 46-48.

REFERENCES

1. Gaschütz, W. Zur Theorie der endlichen auflösbaren Gruppen // Math. Z., 1963. Vol. 80, № 4. S. 300-305.
2. Shemetkov, L.A. Formations of finite groups. M.: Nauka, 1978.
3. Shemetkov, L.A. Stepped formations of groups // Math. sbornik, 1974. Vol. 94. № 4. P. 628-648.
4. Vedernikov, V.A., Sorokina M.M. ω-fibered formations and Fitting classes of finite groups // Matematicheskiye zametki, 2002. Vol. 71. № 1. P. 43-60.
5. Vedernikov, V.A., Sorokina M.M. Ω-foliated formations and Fitting classes of finite groups // Diskretnaya matematika, 2001. Vol. 13. № 3. P. 125-144.
6. Vedernikov, V.A., Dyomina Y.N. Ω-foliated formations of multioperator T-groups // Syb.Math.J., 2010. Vol. 51. № 5. P. 990-1009.
7. Yelovikova, Y.A. On identities of lattices Ω-canonical formations // Herald of Bryansk State University, Bryansk, 2012. № 4. P. 75-79.
8. Korpacheva, M.A., Sorokina M.M. Critical ω-fibered τ-closed formations of finite groups // Diskretnaya matematika, 2011. Vol. 23. № 1. P. 94-101.
9. Sorokina, M.M., Silenok N.V. Critical Ω-foliated formations of finite groups // Matematicheskiye zametki, 2002. Vol. 72. № 2. P. 269-282.
10. Vedernikov, V.A. On new types of ω-fibered formations of finite groups // Ukr. matem. kongress. Alg. i teor. chisel. Pratsi, Kiyev, 2002. P. 36-45.
11. Shemetkov, L.A., Skiba A.N. Formations of algebraic systems. M.: Nauka, 1978.
12. Sorokina, M.M. Semi-inner Ω-satellites of Ω-foliated formations of finite groups // Herald of Bryansk State University, Bryansk, 2013. № 4. P. 46-48.

On a maximal semi-inner ω-satellite of an ω-fibered formation of finite groups

M.M. Sorokina, R.A. Makukhin

Abstract. The work is devoted to investigation of ω -satellites of ω -fibered formations of finite groups. Let $\mathbb{P}$ be the set of all primes, $\phi \neq \omega \subseteq \mathbb{P}$, let f be a mapping of $\omega \cup \{\omega'\}$ into the set of all formations of finite groups, let δ be a mapping of $\mathbb{P}$ into the set of all Fitting formations of finite groups. A formation $\mathfrak{F} = (G \in \mathfrak{G}:\ G/O_{\omega}(G) \in f(\omega')$ and $G/G_{\delta(p)} \in f(p)$ for all $p \in \omega \cap \pi(G))$ is called an ω -fibered formation with the ω -satellite f and the direction δ . In this paper we describe the structure of the maximal semi-inner ω -satellite of the ω -fibered formation with the $b_q p$ -direction δ for some prime q∈ ω .

Keywords: *a finite group; a class of groups; a formation of groups; an ω -fibered formation, an ω -satellite of a formation*