

ECOLOGY

До питання вибору проекцій екологічного картографування транскордонних територій Західного Полісся

В. М. Мельник, Н. В. Муляр, В. Л. Расюн

Східноєвропейський національний університет імені Лесі Українки

Paper received 27.08.17; Accepted for publication 05.09.17.

Анотація. Розглянуті питання теоретичного вибору проекцій для екологічного картографування транскордонних територій регіону Західне Полісся. Обґрунтована варіавалентна проекція, в якій окрім географічних координат враховується додатковий параметр, який характеризується широтним поширенням. Для акцентованого відображення досліджуваних екологічних факторів пропонується застосовувати псевдоазимутальну проекцію. З метою оптимального екологічного картографування обґрунтована псевдоциліндрична проекція з пристосованими ізоколами. В статті подано теоретичне обґрунтування запропонованих підходів.

Ключові слова: Західне Полісся, картографічна проекція, проекція Сансона, псевдоазимутальна проекція, анаморфоване відображення, нетрадиційні картографічні проекції.

Вступ. Внаслідок індустріалізації та урбанізації, виснаження традиційних енергетичних і сировинних ресурсів, постійного зростання демографічного навантаження на природу суттєво порушується природний екологічний баланс. Відповідно актуальною є проблема визначення екологічного стану країн світу та їх окремих регіонів. Набувають особливого значення проведення комплексу заходів із виявлення фактичного стану екології, величин екологічного навантаження, прийняття ефективних заходів із покращення екологічної ситуації, яка є актуальною для екологічних умов Західного Полісся. Успішне вирішення цих задач можливе тільки на основі створення та використання системи спеціальних карт, оскільки лише карти можуть забезпечити відображення і отримання строго локалізованої в просторі різноманітної просторової інформації.

Вказані проблеми потребують негайного і своєчасного вирішення, саме тому потрібні поглиблені дослідження, зокрема картографічні.

Аналіз останніх публікацій. В сучасній картографічній літературі є обмаль публікацій з суто математичної картографії. Відсутні дослідження з питань теоретичного обґрунтування отримання змінно-масштабних варіавалентних та анаморфованих проекцій. Деякі питання цих проекцій розглянуто в роботах [2, 3]. В роботі [13] дослідження виконані в класичному стилі й акцентуються на встановленні характеру розподілу спотворень в межах певного регіону.

Перспективними є методи [8] застосування варіавалентних принципів в оптимізації картографічних проекцій для України та її окремих регіонів. Ця стаття є продовженням досліджень, виконаних в роботах [2, 3].

Мета. Метою даної статті є розробка нетрадиційних картографічних проекцій екологічної оцінки транскордонних територій Західного Полісся. Цей регіон радіоекологічно уражений унаслідок аварії на ЧАЕС, має місце негативний вплив на гідрологічний стан Шацьких озер (Україна) розробка Хотиславського кар'єру (Білорусь), спостерігається значне хімічне і промислове забруднення території "Сврорегіон – Буг" (Польща).

Виклад основного матеріалу

1. Рівновелика проекція, яка зберігає довжину на задані кривій. У випадку, коли територія, що картографується, має складні обриси, з метою забезпечення мінімальних спотворень у межах цієї території, потрібно забезпечити відсутність спотворень на її середній лінії. Подібні задачі розв'язуються в два етапи. На першому етапі знаходять значення частинних масштабів довжин у точках картографованої території за заданим постійним значенням частинного масштабу довжин на заданій кривій. На другому за відомим алгоритмом математичної картографії обчислюються прямокутні координати вузлових точок картографічної сітки, а також частинні масштаби і величини спотворень.

Розглянемо рівновелику проекцію, що зберігає довжину за заданою кривою. За вихідну взята відома псевдоциліндрична проекція Сансона.



Її математико-картографічну модифікацію подамо з використанням степеневі апроксимації у вигляді:

$$\begin{aligned} x &= R \left[\varphi + \sum a_i (\lambda \cos \varphi)^i \right]; \\ y &= R \lambda \cos \varphi. \end{aligned} \quad (1)$$

Частинні прохідні:

$$\begin{aligned} x_\varphi &= R \left[1 - \lambda \sin \varphi \sum i a_i (\lambda \cos \varphi)^{i-1} \right]; \\ y_\varphi &= -R \lambda \sin \varphi; \\ x_\lambda &= R \sum i a_i \cos \varphi^i \lambda^{i-1}; \\ y_\lambda &= R \cos \varphi. \end{aligned} \quad (2)$$

Обчислювальні експерименти показують, що оптимальна кількість коефіцієнтів дорівнює трьом. Коефіцієнти a_i в даному випадку визначаються за умови, що в точках заданої кривої $m = 1$.

$$m = \frac{dx}{Rd\varphi} = \frac{Rx_\varphi d\varphi}{Rd\varphi} = x_\varphi; \quad (3)$$

$$m = 1 - \lambda \sin \varphi \sum i a_i (\lambda \cos \varphi)^{i-1},$$

або

$$m = 1 - \lambda \sin \varphi (a_1 + 2a_2 \lambda \cos \varphi + 3a_3 \lambda^2 \cos^2 \varphi). \quad (4)$$

Для точок, в яких $m = 1$, отримуємо систему рівнянь:

$$y_\varphi (a_1 + 2a_2 \lambda \cos \varphi + 3a_3 \lambda^2 \cos^2 \varphi) = 0. \quad (5)$$

Результати обчислення проєкції для картографування досліджуваного регіону наведені у таблиці 1.

Таблиця 1. Результати обчислення проєкції для картографування досліджуваного регіону

Максимальне спотворення довжин V_m	0,587%
Найбільше спотворення кутів ω	0,457°
Критерій E_1^2	0,001%
Критерій E_2^2	0,328%
Критерій E_3^2	1,008

Тут

$$V_m = (m_{max} - 1)100\%; \quad (6)$$

$$E_1^2 = \frac{1}{2n} \sum_1^n [(a-1)^2 + (b-1)^2];$$

$$E_2^2 = \frac{1}{n} \sum_1^n (ab-1)^2; \quad (7)$$

$$E_3^2 = \frac{1}{n} \sum_1^n \left(\frac{a}{b} - 1 \right)^2;$$

Де n – кількість точок, в яких обчислюються спотворення; a, b – екстремальні масштаби довжин.

2. Псевдоазимутальна проєкція для анаморфованого відображення. В останні роки набувають популярності методи анаморфованого картографічного відображення. Нами розглянути питання математичного обґрунтування анаморфованого відображення з використанням варіаційного підходу [3]. Така методика є доцільною, коли потрібно візуалізувати на тематичній карті пріоритетність певного явища. Окрім вище згаданого підходу можливе анаморфоване відображення з використанням модифікацій відомих проєкцій.

Розглянемо псевдоазимутальну картографічну проєкцію для випадку, коли потрібно передати виключно

ефект сферичності Землі. Застосовуються вони, як правило, в косому орієнтуванні.

Псевдоазимутальними називають проєкції, в яких паралелі відображаються концентричними колами або їх дугами, а меридіани – кривими або прямими, що сходяться в центрі паралелей. При цьому меридіани з довготами $0^\circ, 360^\circ$ завжди відображаються прямими.

За визначенням загальні рівняння цих проєкцій мають вигляд:

$$\begin{aligned} x &= \rho \cos \delta; \\ y &= \rho \sin \delta. \end{aligned} \quad (8)$$

Нехай

$$\begin{aligned} \rho &= f_1(z); \\ \delta &= \alpha + f_2(z) \sin k\alpha, \end{aligned} \quad (9)$$

де k – сталі числа, від значення яких залежить вигляд меридіанів; z, α – полярні сферичні координати, що визначаються за формулами (для проєкції кулі):

$$\begin{aligned} \sin z \cos \alpha &= \sin \varphi \cos \varphi_0 - \cos \varphi \sin \varphi_0 \cos(\lambda - \lambda_0); \\ \sin z \sin \alpha &= \cos \varphi \sin(\lambda - \lambda_0); \end{aligned} \quad (10)$$

$$\cos z = \sin \varphi \sin \varphi_0 - \cos \varphi \sin \varphi_0 \cos(\lambda - \lambda_0).$$

Тут $\varphi, \varphi_0, \lambda, \lambda_0$ – географічні координати поточних точок і точки нового полюса (однієї з точок території, що картографується) відповідно.

При $k = 1$ прямими лініями зображуються меридіани з довготами $0^\circ, 180^\circ, 360^\circ$, при $k = 1$ – довготами $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$ і 360° . У випадку, коли параметр k отримує дробові значення, проєкції стають псевдоколінічними, а не псевдоазимутальними.

Представимо $\rho = f_1(z)$ і $f_2(\alpha)$ у вигляді:

$$\begin{aligned} \rho &= f_1(z) = R \sum_{i=1}^{c_1} \alpha_i z^i; \\ f_2(\alpha) &= \sum_{j=1}^{c_2} \beta_j \alpha^j. \end{aligned} \quad (11)$$

Формули частинних масштабів запишемо у вигляді:

$$\begin{aligned} \mu_1 &= \frac{d\rho}{Rdz} = \sum_{i=1}^{c_1} i \alpha_i z^{i-1}; \\ \mu_2 &= \frac{\rho d\delta}{R \sin z d\alpha} \\ &= \frac{\delta_\alpha \sum_{i=1}^{c_1} \alpha_i z^i}{\sin z}. \end{aligned} \quad (12)$$

Коли

$$f_2(\alpha) = \sum_{j=1}^{c_2} \beta_j \alpha^j, \quad (13)$$

то

$$\begin{aligned} \delta &= \alpha + \sum_{j=1}^{c_2} \beta_j \alpha^j \sin k\alpha, \\ \delta_\alpha &= \frac{\partial \delta}{\partial \alpha} = \left(1 + \sum_{j=1}^{c_2} j \beta_j \alpha^{j-1} \sin k\alpha + k \cos k\alpha \sum_{j=1}^{c_2} \beta_j \alpha^j \right) \sin k\alpha. \end{aligned} \quad (14)$$

Потім вибирається точка нового полюса і за заданими умовами за наведеними формулами знаходяться постійні параметри α_i і β_i , на основі яких обчислюється проєкція.

3. Варіавалентна трансформація рівновеликої азимутальної проєкції Ламберта. Для ілюстрації варіавалентної трансформації відомих картографічних проєкцій візьмемо просту рівновелику азимутальну проєкцію Ламберта. Для цієї проєкції закон розподілу

величин картографованого показника в залежності від його місця знаходження не завжди відомий. Нехай $V(z)$ – функція розподілу явища, значення якої можуть бути подані в таблиці, але аналітичний вираз функції $V(z)$ як правило невідомий. У такому випадку для прикладу взято формули прямої рівновеликої азимутальної проекції:

$$\begin{aligned} \rho &= 2R \sin \frac{z}{2}, \\ \delta &= \alpha, \\ x &= \rho \cos \delta, \\ y &= \rho \sin \delta. \end{aligned} \quad (15)$$

Виконаємо очевидні перетворення:

$$\begin{aligned} d\rho &= 2R \cos \frac{z}{2} \cdot \frac{1}{2} = R \cos \frac{z}{2}, \\ \rho \cdot d\rho &= 2R \sin \frac{z}{2} \cdot \cos \frac{z}{2} = R^2 \sin z. \end{aligned} \quad (16)$$

Знаходимо інтеграл:

$$\rho^2 = R\{2[\sin z(b_2 + 2b_3z + 3b_4(z^2 - 2)) - \cos(b_1 + b_2z + b_3(z^2 - 2)) + C]\}^{\frac{1}{2}}. \quad (22)$$

Стала інтегрування знаходиться за умови, що координати полюса X_0, Y_0 дорівнюють нулю при $z = 0^\circ$.

$$C = b_1 - 2b_3. \quad (23)$$

$$X = R\{2[\sin z(b_2 + 2b_3z + 3b_4(z^2 - 2)) - \cos z(b_1 + b_2z + b_3(z^2 - 2)) + (b_1 - 2b_3)]\}^{\frac{1}{2}} \cdot \cos \alpha = R\varphi(z) \cos \alpha; \quad (24)$$

$$X = R\{2[\sin z(b_2 + 2b_3z + 3b_4(z^2 - 2)) - \cos z(b_1 + b_2z + b_3(z^2 - 2)) + (b_1 - 2b_3)]\}^{\frac{1}{2}} \cdot \sin \alpha = R\varphi(z) \sin \alpha.$$

Аналогічні вирази можна отримати для випадків апроксимування тригонометричними поліномами, поліномами Чебишева та ін.

Висновки. В статті виконано теоретичні дослідження обґрунтування вибору проекцій для створення екологічних карт транскордонних територій Західного Полісся. Обґрунтовано застосування рівновеликої псевдоциліндричної проекції з пристосованою ізоко-

$$\int \rho d\rho = \int R^2 \sin z dz. \quad (17)$$

Звідси

$$\rho^2 = 2R^2 \int \sin z dz. \quad (18)$$

Враховуючи функції варіавалентності і її зміни за одним аргументом z , тобто $V(z)$, маємо:

$$\rho^2 = 2R^2 \int V(z) \sin z dz. \quad (19)$$

Нехай $V(z)$ має вигляд:

$$V(z) = \sum_n b_n \cdot z^{n-1} = b_1 + b_2z + b_3z^2 + \dots + b_nz^{n-1}. \quad (20)$$

Підставляємо:

$$\rho^2 = 2R^2 \int (b_1 + b_2z + b_3z^2 + \dots + b_nz^{n-1}) \sin z dz. \quad (21)$$

Обмежившись 3-4 доданками функції $V(z)$ і виконавши інтегрування, отримаємо:

Таким чином, кінцева формула варіавалентної азимутальної проекції матиме вигляд:

лою для оптимального картографічного зображення. Із системних позицій розглянуто питання отримання екологічних карт із застосуванням псевдоазимутальної проекції анаморфованого відображення. Теоретично обґрунтована варіавалентна картографічна проекція з можливістю відображення поширення досліджуваних факторів у широтному напрямку.

ЛІТЕРАТУРА

1. Мельник В. М. Основи картографії: навч. посіб. для студентів ВНЗ. – СНУ імені Лесі Українки / В. М. Мельник. – Луцьк, 2012. – 210 с.
2. Мельник В. М. До вибору картографічних проекцій транскордонних екологічних ситуацій / В. М. Мельник, В. Л. Расюн, Н. В. Лавренчук // Геодезія, картографія і аерофотознімання: міжвідомчий науково-технічний збірник / Міністерство освіти і науки України, Національний університет “Львівська політехніка”; відповідальний редактор К. Р. Третяк. – Львів: Вид-во Львівської політехніки, 2015. – Вип. 81. – С. 66–73.
3. Мельник В. М. Компарментальні методи картографічної оцінки урбанізованості територій та зонінгу населених пунктів / В. М. Мельник, О. В. Верешко, Л. А. Вакулюк / Science and Education a New Dimension Natural and Technical Sciences. – 2015. – III (8). – Issue 73. – P. 93–97.
4. Ба Алласан. Разработка методики создания экологических карт республики Мали: автореф. дис. ... канд. техн. наук / Ба Алласан. – МИИГАиК, 1993. – 33 с.
5. Донг Тхи Бить Фионг. Исследование, обоснование и разработка картографических проекций для системы карт: автореф. дис. ... канд. техн. наук / Донг Тхи Бить Фионг. – М.: [б. и.], 2003. – 25 с.
6. Бугаевский Л. М. Картографические проекции / Л. М. Бугаевский, Л. А. Вахрамеева. – М.: Недра, 1992. – 292 с.
7. Бугаевский Л. М. Математическая картография: учебник для вузов / Л. М. Бугаевский. – М.: Златоуст, 1998. – 400 с.
8. Барановський В. Д. Варіаційні методи оптимізації картографічних проекцій для України та її окремих регіонів / В. Д. Барановський // Вісник геодезії та картографії. – 2006. – № 3. – С. 13–17.
9. Кочуров Б. И. Геоэкологическое картографирование: учеб.-метод. пособие / Б. И. Кочуров. – М.: Изд-во центр. “Академия”, 2009. – 192 с.
10. Гусейн-Заде С. М. Численные методы создания анаморфированных картографических изображений / С. М. Гусейн-Заде, В. С. Тикунов // Геодезия и картография. – 1990. – № 1. – С. 38–44.
11. Тикунов В. С. Моделирование в картографии / В. С. Тикунов. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1997. – 405 с.
12. Вахрамеева Л. А. Математическая картография: Учеб. для вузов по спец. “Картография” / Л. А. Вахрамеева, Л. М. Бугаевский, З. Л. Казакова – М.: Недра, 1986. – 286 с.
13. Сосса Р. І. Обґрунтування вибору рівнопроміжної кінчної проекції для середньо- і дрібномасштабного картографування України / Р. І. Сосса, П. П. Король, В. У. Волошин // Вісник геодезії та картографії. – 2014. – № 4. – С. 7–13.

REFERENCES

1. Melnyk V. M. Osnovy kartografii: navch. posib. dlia studentiv VNZ. – SNU imeni Lesi Ukrainky / V. M. Melnyk. – Lutsk, 2012. – 210 s.
2. Melnyk V. M. Do vyboru kartografichnykh proektsii transkordonnykh ekolohichnykh situatsii / V. M. Melnyk, V. L. Rasiun, N. V. Lavrenchuk // Heodeziia, kartografiia i aerofotoznimannia: mizhvidomchy nauko-tekhnichniy zbirnyk / Ministerstvo osvity i nauky Ukrainy, Natsionalnyi universytet “Lvivska politekhnika”; vidpovidalnyi redaktor K. R. Tretiak. – Lviv: Vyd-vo Lvivskoi politekhniki, 2015. – Vyp. 81. – S. 66–73.
3. Melnyk V. M. Komparmentalni metody kartografichnoi otsinky urbanizovanosti terytorii ta zoninhu naselenykh punktiv / V. M. Melnyk, O. V. Vereshko, L. A. Vakuliuk / Science and Education a New Dimension Natural and Technical Sciences. – 2015. – III (8). – Issue 73. – P. 93–97.
4. Ba Allasan. Razrabotka metodyky sozdanyia ekolohicheskyykh kart respubliky Maly: avtoref. dys. ... kand. tekhn. nauk / Ba Allasan. – MYYNAyK, 1993. – 33 s.
5. Donh Tkhy Byt Fyonh. Yssledovanye, obosnovanye y razrabotka kartograficheskyykh proektsyi dlia systemy kart: avtoref. dys. ... kand. tekhn. nauk / Donh Tkhy Byt Fyonh. – M.: [b. y.], 2003. – 25 s.
6. Buhaevskiy L. M. Kartograficheskiye proektsyy / L. M. Buhaevskiy, L. A. Vakhrameeva. – M.: Nedra, 1992. – 292 s.
7. Buhaevskiy L. M. Matematycheskaia kartografiya: uchebnyk dlia vuzov / L. M. Buhaevskiy. – M.: Zlatoust, 1998. – 400 s.
8. Baranovskiy V. D. Variatsiini metody optymizatsii kartografichnykh proektsii dlia Ukrainy ta yii okremykh rehioniv / V. D. Baranovskiy // Visnyk heodezii ta kartografii. – 2006. – № 3. – S. 13–17.
9. Kochurov B. Y. Neoekolohicheskoe kartografyrovanye: ucheb.-metod. posobyie / B. Y. Kochurov. – M.: Yzd-vo tsentr. “Akademyia”, 2009. – 192 s.
10. Husein-Zade S. M. Chyslennyye metody sozdanyia anamorfyrovannykh kartograficheskyykh yzobrazheniy / S. M. Husein-Zade, V. S. Tykunov // Heodeziya y kartografiya. – 1990. – № 1. – S. 38–44.
11. Tykunov V. S. Modelyrovanye v kartografyy / V. S. Tykunov. – M.: Yzd-vo Mosk. un-ta, 1997. – 405 s.
12. Vakhrameeva L. A. Matematycheskaia kartografiya: Ucheb. dlia vuzov po spets. “Kartografiya” / L. A. Vakhrameeva, L. M. Buhaevskiy, Z. L. Kazakova – M.: Nedra, 1986. – 286 s.
13. Sossa R. I. Obgruntuvannia vyboru rivnoprornomizhnoi konichnoi proektsii dlia seredno- i dribnomasshtabnoho kartografuvannia Ukrainy / R. I. Sossa, P. P. Korol, V. U. Voloshyn // Visnyk heodezii ta kartografii. – 2014. – № 4. – S. 7–13.

К вопросу о выборе проекций экологического картографирования трансграничных территорий Западного Полесья **В. Н. Мельник, Н. В. Муляр, В. Л. Расын**

Аннотация. Рассмотрены вопросы теоретического выбора проекций для экологического картографирования трансграничных территорий региона Западное Полесье. Обоснована вариавалентная проекция, в которой кроме географических координат учитывается дополнительный параметр, который характеризуется широтным распространением. Для акцентированного отображения исследуемых экологических факторов предлагается применять псевдоазимутальную проекцию. С целью оптимального экологического картографирования обоснована псевдоцилиндрическая проекция с приспособленными изоколами. В статье представлено теоретическое обоснование предложенных подходов.

Ключевые слова: Западное Полесье, картографическая проекция, проекция Сансона, псевдоазимутальная проекция, анаморфированное отображение, нетрадиционные картографические проекции.

Methodological principles of fractal-texture analysis of images and surfaces according to TLS data

V. M. Melnik, N. V. Mulyar, V. L. Rasyun

Abstract. The questions of theoretical choice of projections for ecological mapping of transboundary territories of the Western Polissya region are considered. A variational projection is justified in which, in addition to geographic coordinates, an additional parameter, which is characterized by latitudinal distribution, is taken into account. For the accented reflection of the investigated environmental factors, it is proposed to apply a pseudo azimuthal projection. For the purpose of optimal ecological mapping a pseudocylindrical projection with adapted isocols is substantiated. The article gives a theoretical substantiation of the proposed approaches.

Keywords: Western Polissya, cartographic projection, Sanson projection, azimuthal projection, anamorphic mapping, untraditional cartographic projections.