

Третяк М.В.¹

Математико-культурний потенціал курсу «Теорія міри і інтеграла»

¹ Третяк Микола Васильович, старший викладач кафедри математики та методики навчання математики, Черкаський національний університет імені Богдана Хмельницького, м. Черкаси, Україна

Анотація: У статті наведено авторську модель структури математичної культури студентів математичних спеціальностей університетів. Відштовхуючись від пропонованої структури математичної культури, проаналізовано наявні в курсі «Теорія міри і інтеграла» можливості щодо формування та розвитку елементів математичної культури студентів.

Ключові слова: математична культура, елементи математичної культури, студенти математичних спеціальностей, формування елементів математичної культури студентів, теорія міри і інтеграла

Постановка проблеми. У публікаціях останніх років, присвячених математичній культурі (МК) студентів, в переважній більшості розглядаються або особливості формування МК певних спеціальностей [1, 4], або умови організації навчально-виховного процесу, що сприяють формуванню МК студентів [8, 9]. Формування МК студентів-математиків відбувається під час вивчення всіх математичних дисциплін. Тому видається вартою уваги проблема виявлення та дослідження можливостей кожної з них щодо формування та розвитку МК студентів. Проте окремих досліджень подібного роду інших авторів, де б розглядалося формування МК студентів математичних спеціальностей в процесі вивчення теорії міри і інтеграла (ТМіІ), нами не виявлено.

Мета статті – розглянути наявні, на думку автора, в курсі ТМіІ можливості по формуванню елементів МК студентів математичних спеціальностей університетів.

Виклад основного матеріалу.

Існує багато означень МК студента, учня. Дж. Ікрамов під МК розуміє [3] систему знань, умінь і навиків, які органічно входять у фонд загальної культури учнів, якими вони можуть вільно оперувати в практичній діяльності. На думку В. Н. Худякова [7, 8] МК – це інтегральне утворення особистості, що ґрунтується на математичному пізнанні, математичному мисленні, мові. О. В. Артебякіна [1] розглядає МК як інтегративний результат взаємодії культур, що відображає різні аспекти математичного розвитку: знань, самоосвітню і мовну культури. В роботі Ю. К. Чернової і С. К. Крилової [9] стверджується, що поняття МК значно ширше, ніж просто система математичних знань, умінь і навичок. Вони виділяють чотири основних аспекти, які розширюють знання математики до рівня МК: виділення людиною математичної ситуації з усього розмаїття ситуацій в оточуючому світі; наявність математичного мислення; використання всієї різноманітності засобів математики; готовність до творчого саморозвитку, рефлексію.

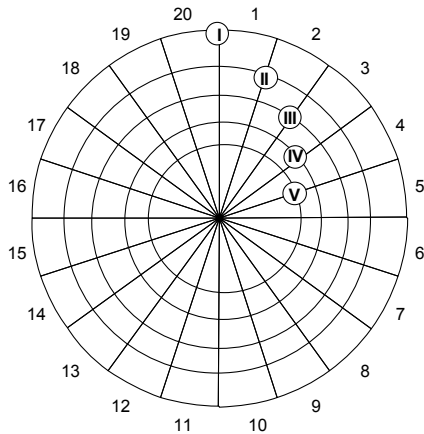
У рамках нашого дослідження як у [6]: «Математична культура (індивідуальна) – це інтегральна характеристика особистості, яка у всій повноті на даний момент часу фіксує здатність цієї особистості адекватно сприймати доступну їй розумінню математичну складову наукової картини світу і вибудувати у відповідності з цим сприйняттям свою освітню, професійну, суспільну діяльність, творити свої морально-етичний та естетичний ідеали.

Індивідуальну математичну культуру ми подаємо як складну систему взаємно залежних, взаємно обумовлених якостей особистості – елементів математичної культури: математичних знань, умінь та навичок, уподобань, устремлінь, естетичних уподобань і навіть деяких частинних (у відношенні до математичної) культур, наприклад, культури математичного мовлення, графічної, знаково-символічної культури, культури мислення, комунікаційної математичної культури...

Сформованість, розвиненість складових частин – елементів математичної культури, їх збалансованість і гармонійне поєднання визначають сформованість самої математичної культури – так званий рівень математичної культури».

Необхідність формування МК студентів обумовлена основною метою освіти у вищій школі – підготовкою висококваліфікованих фахівців, які самостійно і творчо мислять, володіють навичками логічного мислення, мають глибокі математичні знання і вміють застосовувати їх в конкретних ситуаціях.

Розроблена нами схема структури МК унаочнює пропоновану нами модель МК. Модель (лат. – *modulus* – взірць, еталон, макет, пристрій). Модель визначають як певний образ (мисленевий чи умовний) у вигляді схеми, карти, плану, опису деякого об'єкта, процесу чи явища. В широкому смислі під терміном «модель» розуміють «будь-який аналог певного об'єкта, процесу, явища, який використовується як його замітник» [2].



Структуру МК студентів математичних спеціальностей університету ми подаємо у вигляді схеми, де пронумеровані числами від 1 до 20 сектори круга, відповідають елементам математичної культури: 1 – суто математичні знання; 2 – математичні уміння, навички; 3 – абстрактне мислення; 4 – формально-логічне мислення; 5 – функціональне мислення; 6 – ймовірнісне мислення; 7 – алгоритмічне мислення; 8 – математична уява, просторова уява; 9 – володіння математичною мовою, символікою; 10 – знання і розуміння методології математики; 11 – знання і розуміння основних складових частин математики, їх взаємозв'язків; 12 – знання і розуміння місця і ролі математики в системі наук, застосування математики; 13 – знання і розуміння ролі науки в житті людини і людства; 14 – знання та вміння виділяти математичну складову, будувати математичні моделі, досліджувати їх та інтерпретувати результати; 15 – знання історії виникнення та становлення математики, її найважливіших розділів; 16 – знання і розуміння зв'язків математики і мистецтва (музика, живопис, скульптура, архітектура тощо); 17 – знання математичного фольклору, різних повчальних історій, байок, анекдотів; 18 – наявність розвиненого математичного естетичного ідеалу; 19 – наявність розвиненого морально-етичного ідеалу; 20 – здатність до сприйняття і творчого засвоєння нового, креативність. Елементи МК об'єднуються в єдине ціле інтеграційними лініями I – V: I - знанневою (лінією знань); II - умінневою (лінією умінь і навичок); III - мисленневою (лінією мислення); IV - мовно-символьною (лінією мови, символіки); V – оцінювально-рефлексивною (аксіологічною лінією).

Структура МК представлена так, що можна легко побачити ті потенційні можливості щодо формування елементів МК, які є в кожній навчальній дисципліні, зокрема і в ТМіІ. ТМіІ за останні десятиліття стала навчальною дисципліною з більш-менш усталеним змістом, рівнем строгості, ступенем абстрактності. Виходячи з цього та запропонованої структури МК, проаналізуємо, яким математико-культурним потенціалом володіє курс ТМіІ. Розглядатимемо послідо-

вно ті елементи МК, які на думку автора найбільше піддаються розвитку і збагаченню в процесі вивчення ТМіІ.

1. *Суто математичні знання.* При вивченні ТМіІ цей елемент МК поповнюється цілим рядом дуже важливих понять (σ - алгебра множин, міра, заряд, вимірний простір, вимірна функція, абстрактний інтеграл Лебега, добуток мір) та фактів (теорема Каратеодотрі, теореми про зв'язок різних видів збіжностей функціональних послідовностей, σ - адитивність та абсолютна неперервність інтеграла, теорема Радона-Нікодіма, теорема Фубіні). Без цих знань математична освіта, а значить і МК, не можуть вважатися повноцінними. Без них сучасний виклад функціонального аналізу, теорії ймовірностей, математичної статистики, випадкових процесів та диференціальних рівнянь з частинними похідними не представляється можливим.

2. *Математичні вміння і навички.* Цей елемент МК поповнюється такими найважливішими уміннями: а) будувати нові міри, маючи певний запас уже відомих мір; б) знаходити граничну функцію при різного роду граничних переходах; в) інтегрувати функції за різними мірами, зокрема за різними мірами Лебега-Стілтьєса; г) знаходити похідні Радона-Нікодіма; д) зводити кратні інтеграли до повторних, користуючись теоремою Фубіні; е) виконувати заміну змінної в абстрактному та класичному лебегових інтегралах.

3, 4. *Абстрактне, формально-логічне мислення.* Ці елементи МК при вивченні ТМіІ одержують унікальні можливості для свого розвитку. Це пов'язано з тим, що основні, розглядувані в ТМіІ, об'єкти (міра, вимірна функція, інтеграл), у своїх найпростіших версіях студентами уже засвоєні, а їх узагальнення настільки широкі і всеохопні, що стають можливими лише за умов дуже високого рівня абстракції і логічного формалізму, що вимагає і стимулює розвиток у студентів абстрактного та формально-логічного мислення.

5. *Функціональне мислення.* Стосовно цього елемента МК, зазначимо, що важко знайти навчальну дисципліну, яка б давала більше, ніж ТМіІ, для його розвитку і збагачення. Це пояснюється, зокрема тим, що в курсі ТМіІ задіяно дуже багато способів функцієтворення, причому вони стосуються найрізноманітніших функцій, областями визначення та значень яких є як точкові множини, так і системи множин.

8. *Математична уява, просторова уява.* Відомо, що механізми творчої математичної уяви, вивчені недостатньо. Проте за умілого методичного керівництва, з використанням дидактично доцільного математичного матеріалу тренування і розвиток математичної уяви можуть бути ефек-

тивними. ТМіІ, як і будь-яка інша високо абстрактна, достатньо формалізована навчальна дисципліна, для свого засвоєння, з одного боку, потребує вже розвиненої математичної уяви, а з іншого, надає унікальний математичний матеріал і засоби для її розвитку. Задачі про побудову мір із наперед заданими властивостями, невимірних множин, невимірних функцій, функцій із заданою множиною точок розриву, функціональних послідовностей із наперед заданим характером збіжності, функцій із заданими інтегральними чи диференціальними властивостями тощо – приклади саме такого математичного матеріалу.

9. *Математична мова, володіння символікою.* Цей елемент МК також отримує серйозні імпульси для свого подальшого розвитку. По-перше, це збагачення особистого арсеналу математичної термінології і символіки. По-друге, помітне урізноманітнення способів формулювання та доведення математичних тверджень. По-третє, широкое використання термінології та символіки теорії множин і математичної логіки. По-четверте, використання безаргументних позначень функцій при формулюванні означень і теорем, доведенні останніх, розв'язуванні задач. Наприклад: f, g, \dots - функції; μ, ν, \dots - міри, заряди; $\int_E f d\mu$ - інтеграл; f' - похідна; $\partial_i f$ - частинна похідна по i -ій змінній; $(f_t), t \in T$ - параметрична сім'я; $\frac{d\varphi}{d\mu}$ - похідна Радона-Нікодіма тощо.

Тим самим з'являються додаткові можливості акцентувати відмінність між власне функцією і формулою, що її задає. По-п'яте, з огляду на високий рівень абстрактності і загальності навчального матеріалу, що розглядається в курсі ТМіІ, його виклад необхідно здійснюється з постійним використанням графічних ілюстрацій, схем тощо. Позитивний ефект від цього – більш глибоке розуміння теоретичного матеріалу і підвищення загальної графічної та знаково-символічної складової МК. Принагідно констатуємо, що теоретичні висновки і практичні методичні рекомендації щодо використання знаково-символічних засобів (ЗСЗ), висловлені в [5], залишаються актуальними і при вивченні ТМіІ. Насамперед, ма-

ється на увазі таке: 1) необхідно завжди шукати оптимальну знаково-символічну оболонку для одного і того ж змісту, а у вищій школі доцільним є аналіз і порівняння таких оболонок; 2) доцільне, продумане використання ЗСЗ допомагає зняти чи істотно знівелювати конфлікт між абстрактно-логічним новим і відомим інтуїтивно зрозумілим старим; 3) у навчанні будь-якої математичної дисципліни, в тому числі ТМіІ, важливо залучати якомога ширший спектр ЗСЗ, і вербальних, і невербальних; 4) необхідно постійно звертати увагу на те, що за схожими знаково-символічними оболонками або навіть за однією і тією ж знаково-символічною оболонкою може стояти різний зміст. Уміння за контекстом чи навіть без нього ідентифікувати цей зміст свідчить про рівень МК; 5) формування розвиненої знаково-символічної операційної культури – одна з важливих задач математичної освіти, вищої зокрема; 6) предметна математична діяльність формується через знаково-символічну діяльність і разом з нею. При цьому, будучи самоцінними, вербально-логічне і візуальне мислення розвиваються гармонійно; 7) методично виважений, доцільно вибудований знаково-символічний компонент в курсі ТМіІ – запорука його усвідомленого психологічно комфортного вивчення цього складного курсу студентами-математиками.

Сподіваючись продовжити на сторінках журналу подальший розгляд елементів МК і аналіз можливостей ТМіІ щодо їх формування та розвитку, зробимо **висновки**:

1. запропонована модель МК допомагає розкрити математико-культурний потенціал кожної навчальної математичної дисципліни, зокрема ТМіІ;
2. розгляд уже 8 перших елементів МК з 20 зазначених показує, що ТМіІ має великі можливості щодо формування МК студентів-математиків;
3. авторський досвід викладання ТМіІ засвідчує, що урахування і максимально повне використання математико-культурного потенціалу ТМіІ помітно впливає на підвищення рівня МК студентів.

ЛІТЕРАТУРА

1. Астребякина О.В. Формирование математической культуры у студентов педагогических вузов: дисс. канд. педагог. наук / О. В. Астребякина. – Челябинск, 1999. – 162 с.
2. Биков В.Ю. Модели организационных систем открытой освіти: Монографія / В. Ю. Биков. – К.: Атіка, 2009. – 684 с.
3. Икрамов Дж. Развитие математической культуры школьников (языковой аспект): дисс. д-ра пед. наук / Дж. Икрамов. – Сырдарья, 1983. – 330 с.
4. Розанова С. А. Математическая культура студентов технических университетов / С. А. Розанова. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. - 176 с.
5. Тарасенкова Н. А. Використання знаково-символічних засобів у навчанні математики / Н. А.

- Тарасенкова. – Черкаси: Відлуння-Плюс, 2002. – 400 с.
6. Третяк М. В. До питання про математичну культуру / М. В. Третяк // Міжнародна науково-практична конференція «Актуальні проблеми теорії і методики навчання математики». До 80-річчя з дня народження доктора педагогічних наук, професора З. І. Слєпкань. Тези доповідей. – К.: НПУ імені М. П. Драгоманова, 2011. – 352 с.
7. Худяков В. Н. Математическая культура в контексте экологического образования и самообразования будущего специалиста / В. Н. Худяков. – Челябинск: ЧГПИ, 1994. – 92 с.
8. Худяков В. Н. Формирование математической культуры у учащихся профессиональных учебных заведений / В. Н. Худяков. – Челябинск: ЧГПИ, 1997. – 92 с.
9. Чернова Ю. К. Математическая культура и формирование ее составляющих в процессе обучения: Монография / Ю. К. Чернова, С. А. Крылова; под ред. В. В. Щипанова. – Тольятти: ТолПИ, 2001. – 172 с.

Tretyak M.

Mathematical and Cultural potential of the course “Theory of measure and integral”

Abstract: The author's model of the structure of mathematical culture of the Mathematical students has been presented. This model consists of 20 components, namely: 1) Mathematical knowledge; 2) Mathematical skills and abilities; 3) Abstract thinking; 4) Formal and logical thinking; 5) Functional thinking; 6) Probabilistic thinking; 7) Algorithmic thinking; 8) Mathematical imagination, space imagination; 9) Skill in handling of mathematical language and mathematical terms; 10) Knowledge and understanding of Mathematical methodology; 11) Knowledge and understanding of main components of Mathematics and their relationships; 12) Knowledge and understanding of place and role of Mathematics in the system of sciences and its using; 13) Knowledge and understanding of the role of science in the human and mankind life; 14) Knowledge and ability to mark out the mathematical part of the phenomena or process, to build mathematical models, to investigate such models and to interpret the results; 15) Knowledge of the history of origin and formation of Mathematics and its main chapters; 16) Knowledge and understanding of the connections between Mathematics and Art (music, painting, sculpture, architecture etc.); 17) Knowledge of the mathematical folklore, different didactic stories, jokes, funny stories; 18) Presence of the highly developed mathematical ideal; 19) Presence of the highly developed moral and ethical ideal; 20) Ability to perception and creative learning of new ideas, creativity. On the base of proposed structure of mathematical culture, the possibility of the formation and development of the elements of students' mathematical culture for the case of course "Theory of measure and integral" have been analyzed.

Keywords: mathematical culture, elements of mathematical culture, Mathematical students, formation of the elements of students' mathematical culture, Theory of measure and integral.

Третяк Н.В.

Математико-культурный потенциал курса «Теория меры и интеграла»

Аннотация: В статье представлена авторская модель структуры математической культуры студентов математических специальностей университетов. В этой модели 20 составляющих – элементов математической культуры: 1) суто математические знания; 2) математические умения и навыки; 3) абстрактное мышление; 4) формально-логическое мышление; 5) функциональное мышление; 6) вероятностное мышление; 7) алгоритмическое мышление; 8) математическое воображение, пространственное воображение; 9) владение математическим языком, математической символикой; 10) знание и понимание методологии математики; 11) знание и понимание основных составных частей математики, их взаимосвязей; 12) знание и понимание места и роли математики в системе наук, применения математики; 13) знание и понимание роли науки в жизни человека и человечества; 14) знание и умение выделять математическую составляющую явления или процесса, строить математические модели, исследовать их и интерпретировать результаты; 15) знание истории возникновения и становления математики, её важнейших разделов; 16) знание и понимание связей математики и искусства (музыки, живописи, скульптуры, архитектуры, ...); 17) знание математического фольклора, разных поучительных историй, шуток, анекдотов; 18) наличие развитого математического эстетического идеала; 19) наличие развитого морально-этического идеала; 20) способность к восприятию и творческому усвоению нового, креативность. Отталкиваясь от предлагаемой структуры математической культуры, проанализированы имеющиеся в курсе «Теория меры и интеграла» возможности по формированию и развитию элементов математической культуры студентов.

Ключевые слова: математическая культура, элементы математической культуры, студенты математических специальностей, формирование элементов математической культуры студентов, теория меры и интеграла.