

Скафа Е. И.¹

Управление эвристической деятельностью школьников
во внеклассной работе по математике

¹ Скафа Елена Ивановна, доктор педагогических наук, профессор,
Донецкий национальный университет, Украина

Аннотация: Исследуется система эвристического обучения математике в школе. К организационным формам такого обучения относится специальным образом организованная внеклассная работа. В статье представлена авторская технология управления эвристической деятельностью обучаемых во внеклассной работе по математике учащихся 5-11 классов школ Украины, а также учебно-методическое обеспечение разработанных курсов. Структура такой работы следующая. В качестве пропедевтики эвристической деятельности школьников 5-6 классов предлагается эвристический кружок по математике. Он отличается от традиционных занятий кружка тем, что ученики получают возможность познакомиться с определенной эвристикой, строят правило-ориентир ее применения, рассматривают образцы решения математических задач на применение этого приема, самостоятельно выполняют задания на использование приема в математических задачах (при этом имеют возможность получить эвристическую или информационную подсказку), а также распознают эвристический прием, лежащий в основе решения задания. Следующий шаг – введение в обучение математике *эвристических факультативов* для школьников 7-9 класса. Отличительной их особенностью является применение эвристически ориентированных систем задач. Такие задачи позволяют учащимся выражать и обосновывать гипотезы, строить модели, находить результат и интерпретировать его. В процессе занятий на эвристических факультативах у обучаемых происходит четкое представление о применении эвристик, формируются эвристические умения. В старшей школе предлагается эвристический факультатив по математике «Путешествие в мир эвристики». Он является систематизацией и обобщением всей предыдущей внеклассной работы по математике. *Формы занятий:* лекции с использованием эвристических заданий, в том числе и практических; эвристические беседы и диалоги; самостоятельная и групповая работа; практикумы по решению эвристических задач, в том числе и прикладных. Задания описываются ситуациями из художественной литературы, искусства, судебной практики, истории математики и т.д.; исследовательские работы; самооценка учениками своих творческих продуктов. Такая работа способствует развитию приемов эвристической деятельности, прививает навыки самостоятельной работы; воспитывает интерес к изучению математики и проведению исследований.

Ключевые слова: эвристический факультатив, система эвристического обучения математике, управление эвристической деятельностью школьников.

Математические знания, представления о роли математики в современном обществе как об универсальном и мощном методе современной науки, стали необходимыми компонентами общей культуры человека. С учетом этого на этапе обучения математике еще в общеобразовательной школе важным является формирование у школьников целостной картины мира и использования математического аппарата в различных областях знаний. То есть существенным является не только ознакомление учащихся с математическими понятиями, теоремами, правилами и алгоритмами, как образцами исторически сформировавшихся математических теорий, но и формирование у школьников устойчивых желаний «открывать» самим некоторые математические факты, находить связи математики с другими предметами, строить математические модели, искать аналогии, классифицировать объекты и др.

На сегодняшний день, как отмечает С.А. Раков [2], одной из важнейших проблем современного математического образования является проблема формирования у школьников математической компетентности. К ней автор относит: умения видеть и применять математику в реальной жизни, понимать содержание и метод

математического моделирования, уметь строить математическую модель, исследовать ее методами математики, интерпретировать полученные результаты, оценивать погрешность вычислений.

Чтобы на должном уровне сформировать такие умения необходимо выйти за рамки традиционной системы обучения математике. То есть, нужно организовать такую деятельность учащихся, которая была бы направлена на приобретение ими новых образовательных продуктов, вырабатывающих умения осмысленно действовать в ситуации выбора, грамотно ставить и достигать собственные цели, действовать продуктивно, как в процессе изучения математики, так и в дальнейшем в профессиональных и жизненных областях.

С этой целью нами введена система эвристического обучения математике, как *дидактическая система, направленная на формирование приемов эвристической деятельности учащегося, на овладение знаниями, учебными умениями и навыками по математике через конструирование им своей образовательной траектории в изучении предмета.*

Целью эвристического обучения математике является предоставление ученикам возможности творить знания, создавать учебную

продукцию по математике в виде умения строить понятия и применять их, высказывать суждения и строить умозаключения, решать разнообразного вида математические задачи, а также способствовать процессу изменения личностных качеств обучаемого, развивающихся в учебном процессе [4].

Работа в этом направлении проводится многогранная. Нами определены теоретические основы построения такой системы обучения и создана практическая реализация каждого компонента методической системы эвристического обучения математике в школе, разрабатываются рекомендации и для вузов.

Остановимся на одной из форм работы в этой системе обучения, а именно на специально организованной внеклассной работе и факультативных занятиях со школьниками, формирующих эвристические приемы.

Структура такой работы следующая. Традиционно, внеклассная работа по математике проводится с 5 класса и представляет собою математический кружок. Эвристическую деятельность организовывать на таких кружках сложно, т.к. у школьников этой возрастной группы еще не сформированы такие приемы мыслительной деятельности как анализ, синтез, абстрагирование, классификация, систематизация и др. Но знакомиться с ними и развивать эти приемы необходимо.

Нами предлагается система пропедевтики эвристической деятельности школьников 5-6 классов. Она рассматривается как подготовка к целенаправленной учебно-познавательной эвристической деятельности обучаемых, организация которой системно проходит, начиная с 7 класса при изучении курсов алгебры и геометрии. В структуре такой подготовительной эвристической деятельности школьников 5-6 классов особое место занимает эвристический кружок по математике.

Он отличается от традиционной кружковой работы тем, что ученики получают возможность познакомиться с эвристическими приемами (или просто эвристиками). Занятия кружка начинаются с математической разминки, подготавливающей школьников к восприятию материала. Далее знакомство с определенной эвристикой и построение правила-ориентира ее применения.

Затем школьники рассматривают образцы решения математических задач на применение этого приема, следующий этап – самостоятельное выполнение заданий на использование приема в математических задачах (при этом обучаемые имеют возможность получить эвристическую или информационную подсказку). Последний этап такой работы – это распознавание эв-

ристического приема, лежащего в основе решения задания (какой эвристический прием нужно применить, чтобы найти способ решения задания?).

Например, знакомясь с эвристическим приемом аналогии, школьники вместе с учителем составляют правило-ориентир выполнения действий по аналогии:



ЭВРИСТИЧЕСКАЯ СПРАВКА

АНАЛОГИЯ означает подобный к чему-то, похожий. Объекты могут быть похожими внешне (размер, цвет, форма, состав...), или иметь некоторые свойства, связи. Действовать по аналогии значит выделить сходство между предметами, найти их связь и выполнить действие.

ПРАВИЛО-ОРИЕНТИР ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПРИЕМА «АНАЛОГИЯ»

1. Определить цель действия.
2. Рассмотреть некоторые свойства или различия изучаемых объектов.
3. Вспомнить, встречался ли ранее похожий объект, если да, то вспомнить его свойства.
4. Сравнить свойства первого и второго объектов.
5. Если второй объект имеет свойства, которых нет в первом, то нужно ввести их наличие во второй объект.
6. Сделать вывод относительно поставленной цели.

При такой работе ребята осознают, что *эвристика* – это процесс поиска новых идей, поиска решения нестандартных математических заданий. Используя их, можно находить ответы на многие проблемы, как математические, так и жизненные. Потому, изучая эвристики в математике, ученик формирует свою жизненную эвристическую позицию. Для организации работы эвристического кружка по математике учителю предлагаем учебно-методическое издание «Первые знакомства с эвристикой» [3].

Следующий шаг – работа с учащимися 7-9 классов. В этот период обучения математике школьников предлагаем продолжать кружковую работу по формированию эвристических приемов. Нами такие кружки обеспечены методической литературой для учителя математики, а также созданы популярные пособия для школьников. Ребятам предлагаются электронные занимательные журналы (рис. 1), компьютерные мультимедийные игры, разрабатываемые студентами факультета математики и информационных технологий Донецкого национального университета.

Это игры-провокации, игры-головоломки, игры-ловушки. Такие средства обучения интересны школьникам, они способствуют развитию эвристических приемов.



Рис. 1.

В 7 классе появляется и такая форма работы с учащимися как факультативы. В системе эвристического обучения математике мы вводим два направления организации факультативных занятий:

- 1) факультатив эвристического направления;
- 2) эвристический факультатив.

Факультативные занятия первого направления проходят традиционно. Их особенностью является то, что учитель в процессе изложения традиционно спланированной факультативной темы ставит дополнительную цель – формирование эвристических приемов.

16. Как расположены прямые $|x| = 5$, $|y| = 1$ в одной системе координат? Обобщите вывод на случай $|x| = p$, $|y| = m$.

Эвристическая подсказка: нарисуйте картинку.

17. Прямая a задается уравнением $y = 4x + 1$. Какие из данных прямых пересекают прямую a ? $y = 4x + 5$; $y = -3x + 1$; $8x - 2y + 2 = 0$.

Эвристическая подсказка: сформулируйте эквивалентную задачу.

18. Определите вид четырехугольника, стороны которого лежат на прямых, заданных уравнениями: $y = x + 1$; $y = 3$; $y = 1 - x$; $y = x + 3$.

Эвристическая подсказка: сформулируйте эквивалентную задачу. Ищите связь между угловыми коэффициентами.

20. Прямая, содержащая сторону AB параллелограмма $ABCD$, имеет уравнение $x - 2y + 4 = 0$, $D(-2; -3)$. Какое уравнение имеет прямая CD ?

Эвристическая подсказка: модифицируйте (изменяйте, преобразуйте с появлением новых свойств). Ищите связь между угловыми коэффициентами параллельных прямых.

22. Каким уравнением задается прямая, содержащая среднюю линию трапеции, если прямые, содержащие основания трапеции, заданы уравнениями $-3x + y - 1 = 0$ и $3x - y - 3 = 0$?

Эвристическая подсказка: переформулируйте задачу. Ищите связь между угловыми коэффициентами.

При решении этих задач учитель акцентирует внимание на применении определенных эвристических приемах, используемых при их решении, формируя у школьников соответствующие эвристические умения. Задачи системы развивают гибкость, нестандартность

мышления и интуицию, способствуют оживлению работы с учащимися, прививают интерес к предмету.

Такие факультативные курсы построены нами для учащихся 7-9 классов, создан учебно-методический комплекс для управления эвристической деятельностью обучаемых с компьютерной поддержкой (рис. 2).

Компьютерно-ориентированное управление факультативными курсами

"Facultative Equation"

ЗМІСТ ФАКУЛЬТАТИВУ

Початки теорії рівнянь. Многочлени та їх корені

- Многочлен n-го ступеню, рівні многочлени
- Ступінь многочлена
- Значення многочлена
- Корінь многочлена
- Многочлен з цілими коефіцієнтами
- Сума двох многочленів з різними степенями
- Добуток двох многочленів
- Множення многочленів незвичним способом
- Ділення многочленів
- Ділення «кутом»
- Ділення методом «невизначених коефіцієнтів»
- Теорема Безу. Наслідки з теореми Безу
- Корінь кратності k
- Розкладання многочленів на множники
- Формули Вієта

Розглянемо спосіб множення многочленів на прикладі. Знайдемо добуток двох многочленів x^2+3x-2 і $x-4$. Запишемо умову у вигляді прямокутної таблиці:

	x^2	$3x$	-2
x	x^3	$3x^2$	$-2x$
-4	$-4x^2$	$-12x$	8

У верхньому рядку запишемо одночлени, з яких складається один співмножник, а у лівому стовбці – одночлени, з яких складається другий співмножник. У кожній клітинці таблиці запишемо добуток двох одночленів – з верхнього рядку й з лівого стовбця. Отримаємо: $(x-4)(x^2+3x-2)=x^3+3x^2-4x^2-2x-12x+8$. Приведемо подібні члени. Отримаємо відповідь: $(x-4)(x^2+3x-2)=x^3-x^2-14x+8$.

Як це можна зробити розглянемо на прикладі: (Кожний етап ділення буде з'являтися після натиску миші)

$$\begin{array}{r} x^3+2x^2-x-2 \quad | \quad x+1 \\ x^3+x^2 \\ \hline x^2-x \\ x^2+x \\ \hline -2x-2 \\ -2x-2 \\ \hline 0 \end{array}$$

Спочатку підбираємо старший член частки так, щоб добуток мів старший член x^3 . Множимо $x+1$ на x^2 і записуємо отриманий вираз під діленим. Находимо різницю. Многочлен x^2-x у свою чергу ділимо на $x+1$ і знаходимо наступний член частки. Множимо $x+1$ на x і записуємо відповідь під діленим. Находимо різницю. Ділимо многочлен $-2x-2$ на $x+1$ і отримуємо вільний член частки. Множимо $x+1$ на -2 , записуємо отриманий вираз під діленим і знаходимо різницю. Ділення закінчено. Шуканий многочлен: $P_2(x)=x^2+x-2$.

17. Укажіть, при якому перетворенні не порушиться рівносильність рівнянь

А. Обидві частини рівняння підвести до квадрату

Б. Обидві частини рівняння підвести до кубу

В. Привести подібні члени

Г. Зайнятися від спільного знаменника

Д. Добути з обох частин рівняння квадратний корінь

Питання припускає деякий правильний відповідь

Рис. 2

Работа с разрабатываемыми компьютерными программами нацеливает ученика на формирование у него стратегии поиска решения задачи, что приводит к формированию приемов эвристической деятельности. Это обучающие программы, эвристические компьютерные тренажеры, коррекционные программы. Методика работы с ними подробно описана в пособии [5].

Второе направление работы – это организация *эвристического факультатива* как факультатива, ориентирующего школьника на поиск и “открытие” новых знаний, умений и способов деятельности путем целенаправленного овладения эвристическими приемами и умениями.

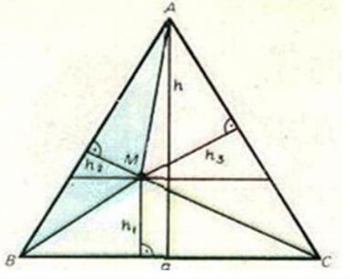
Отличительной их особенностью является то, что целенаправленное формирование эвристиче-

ских приемов осуществляется в условия специально организованной эвристической деятельности школьников. Учитель на занятии ставит основной целью формирование конкретного эвристического приема и работа ведется на материале различных тем математики. Содержание обучения выбирается в зависимости от эвристики, которая рассматривается. Примеры заданий для эвристического факультатива – это распознай эвристику, зашифруй эвристику, найди соответствие между задачей и эвристикой и др. (см., например, рис. 3).

Последний этап обучения школьников – старшая профильная школа. Особое место в этой структуре, в плане математического образования, занимают учащиеся-гуманитарии.

Какой эвристический прием использовался при решении задачи?

Задача 1. Через центр правильного треугольника проведена прямая, параллельная основанию. На этой прямой внутри треугольника взята произвольная точка M . Доказать, что расстояние от точки M до основания треугольника есть среднее арифметическое расстояний от точки M до боковых сторон треугольника.



Аналогия

Введение вспомогательного элемента

Перебор

Рис. 3

Обучение математике таких школьников будет плодотворным, если интеграция математических и гуманитарных знаний осуществляется путем создания математических моделей для ситуаций, взятых из художественной литературы (использование стихотворений, песен, афоризмов и сказок и др.); привлечения биографических сведений об ученых и деятелях искусства; применения материалов по истории математики, развитию вселенной и др. Однако организовать такое обучение на уроках не всегда возможно. Мы предлагаем эвристический факультатив по математике «Путешествие в мир эвристики» для учащихся гуманитарных классов [1]. Его цель – формирование приемов эвристической деятельности у школьников гуманитарного профиля.

Формы занятий: лекции с использованием практических ситуаций и эвристических заданий; эвристические беседы; самостоятельная и групповая работа учеников; практикумы по решению прикладных задач, которые описываются литературными си-

туациями, фрагментами, взятыми в искусстве, судебной практике и т.д.; исследовательские работы; брифинги; самооценка и взаимооценка учениками творческих работ.

Например, темы занятий предлагаем следующие: математика и музыка; эвристические диалоги; софизм, силлогизм, парадокс; фольклор и математика; золотое сечение. Исследовательская работа и др.

Средства обучения: учебная и научная литература, справочники, энциклопедии, портреты ученых, источники Internet, рефераты и научные работы учеников. Для всех занятий разработана электронная поддержка, которая представлена в виде презентаций, выполненных для мультимедийной доски в программе *SMART notebook*.

Такая комплексная внеклассная работа по математике способствует развитию приемов эвристической деятельности, прививает навыки самостоятельной работы учеников; воспитывает интерес к изучению математики и проведению исследований.

ЛИТЕРАТУРА

1. Прач В.С. Эвристичне навчання математики: подорож у світ евристики : факультативний курс для учнів гуманітарного напрямку / В.С. Прач, О.І. Скафа. – Донецьк: Ноулідж, 2012. – 275 с.
2. Раков С.А. Математична освіта: компетентнісний підхід з використанням ІКТ: Монографія / С.А. Раков. – Х.: Факт, 2005. – 360 с.
3. Ротаньова Н. Математика на дозвіллі: перші знайомства з евристикою: навч. посібник для учнів 5 – 6 класів / Н. Ротаньова, Д. Дьяченко; під ред. проф. О.І. Скафи. – Донецьк: Вид-во «Ноулідж» (донецьке відділення), 2013. – 84с.
4. Скафа Е.И. Эвристическое обучение математике: теория, методика, технология: монография / Е.И. Скафа. – Донецк: Изд-во ДонНУ, 2004. – 439 с.
5. Скафа О.І. Эвристичне навчання математики: комп'ютерно-орієнтовані уроки: навч.-метод. посібник (друге видання) / О.І. Скафа, О.В. Тутова. – Донецьк: ДонНУ, 2013. – 399 с.

Skafa O. The management by the heuristic activities of the students in the extracurricular work on Mathematics
Abstract: Heuristic teaching of mathematics system at school is investigated. Specially organized extra-curricular activities belong to organizational forms of this training. The article presents the author's technology of students heuristic performance management in extracurricular activities of 5-11 year students of mathematics schools of Ukraine, as well

Science and Education a New Dimension: Pedagogy and Psychology. 2013, Vol. 5.

as a teaching manual specially developed for courses. The structure of this paper is as follows. Heuristic study group in mathematics is offered as a heuristic activity propaedeutics for 5-6 year students. It is different from traditional classes in the way that students have the opportunity to get acquainted with some heuristics, build a rule-goal of its application, consider samples of solving mathematical tasks on the application of this technique, independently perform tasks on the use of admission to mathematical problems (in this case have the opportunity to obtain heuristic information or hint), as well as recognize a heuristic device, which lies on the basis of tasks solution. The next step - the introduction to math study of heuristic electives for students of 7-9 forms. A distinctive feature is the use of heuristic-oriented task systems. These tasks allow students to express and found hypotheses, build models, find and interpret the results. In the course of heuristic electives, students have a clear understanding of the heuristics application, heuristic skills are formed. In high school heuristic elective course in mathematics "Journey into the world of heuristics" is offered. It is a generalization and systematization of all previous extra-curricular class work in mathematics. Forms of study: lectures using heuristic tasks, including practical, heuristic conversation and dialogues, independent and group work, workshops about heuristic tasks, including application. Tasks are described by the situations from literature, art, jurisprudence, history, mathematics, etc., research, students' self-esteem of their creative products. This work contributes to the development of heuristic techniques, imparts skills of independent work, stirs up interest in the study of mathematics and research.

Keywords: heuristic elective, heuristic teaching mathematics, the management of the heuristic school activities.