Сагитов Ю.Х.

Гибридное интегральное преобразование свёртки: основная теорема, следствия из неё, некоторые приложения

Сагитов Юрий Хамитович, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры алгебры и геометрии Тольяттинский государственный университета, г. Тольятти, Россия

Аннотация. Исследование посвящено гибридному интегральному преобразованию свёртки, как результата последовательного применения синус–преобразования Фурье и одностороннего преобразования Лапласа; приводится формальный вывод формулы свёртки; даётся формулировка теоремы для определённого класса функций; предлагаются приложения свёртки в виде вычисленных определённых и несобственных интегралов от кусочно-постоянных функций.

Ключевые слова: несобственный интеграл; норма; гибридное интегральное преобразование; преобразование свёртки; равномерно сходящийся интеграл.

Введение. В настоящее время интегральные преобразования являются мощным и широко используемым математическим средством решения различных теоретических и практических задач.

С помощью интегральных преобразований можно вывести интегральные равенства, применение которых позволяет находить не табличные на данный момент определённые и несобственные интегралы и решения интегральных уравнений определённых видов.

В данной статье вначале приводится формальный вывод интегрального равенства (гибридного интегрального преобразования свёртки), затем доказывается теорема о его справедливости для определённого класса функций, изучаются его свойства и, приводятся следствия из неё. Наконец, рассматриваются приложения основной теоремы и её следствий в виде аналитических выражений не табличных интегралов от простейших кусочно-постоянных функций вида.

Формальный вывод интегрального равенства. В начале, с чисто формальной точки зрения, покажем вывод интегрального равенства, которое было получено с помощью последовательного применения синус–преобразования Фурье и преобразования Лапласа. В этом пункте будем предполагать, что подинтегральные функции таковы, что удовлетворяют условию существования интегралов. Ограничения, накладываемые на подинтегральные функции, будут указаны в последующих пунктах.

Рассмотрим интеграл вида

$$\int_0^{\tau} f(x)\cdot\varphi(\tau-t)\cdot dt\,, \tag{1}$$

где в качестве подынтегральных функций берутся синус–преобразования Фурье функций $F(x)$ и $\Phi(x)$, т.е.

$$f(x)=\int_0^{\infty}\sin(t\cdot x)\cdot F(x)\cdot dx\,,$$

$$\varphi(\tau-t)=\int_0^{\infty}\sin[(\tau-t)\cdot y]\cdot\Phi(y)\cdot dy\,.$$

Тогда

$$\int_0^{\tau}\left\{\int_0^{\infty}\sin(t\cdot x)\cdot F(x)\cdot dx\right\}\cdot\left\{\int_0^{\infty}\sin[(\tau-t)\cdot y]\cdot\Phi(y)\cdot dy\right\}\cdot dt\,.$$

Функции $\Phi(y)$ и $F(x)$ должны удовлетворять условию, что абсолютные их величины интегрируемы на $[0,\infty)$. В последнем выражении поменяем порядок интегрирования

$$\int_0^{\infty}\int_0^{\infty}F(x)\cdot\Phi(y)\cdot\left\{\int_0^{\tau}\sin(t\cdot x)\cdot\sin[(\tau-t)\cdot y]\cdot dt\right\}\cdot dx\cdot dy\,. \tag{2}$$

Внутренний интеграл, очевидно, равен

$$\int_0^{\tau}\sin(t\cdot x)\cdot\sin[(\tau-t)\cdot y]\cdot dt=\frac{x\cdot\sin(\tau\cdot y)}{x^2-y^2}+\frac{y\cdot\sin(\tau\cdot x)}{y^2-x^2}\,.$$

В результате, формула (2) примет вид

$$\begin{gathered}\int_0^{\infty}\sin(\tau\cdot y)\cdot\Phi(y)\cdot\left\{\int_0^{\infty}\frac{x}{x^2-y^2}\cdot F(x)\cdot dx\right\}\cdot dy+\\+\int_0^{\infty}\sin(\tau\cdot x)\cdot F(x)\cdot\left\{\int_0^{\infty}\frac{y}{y^2-x^2}\cdot\Phi(y)\cdot dy\right\}\cdot dx\end{gathered}\,. \tag{3}$$

Применим одностороннее преобразование Лапласа

$$\int_0^{\infty}\exp(-z\cdot\tau)\cdot\Psi(\tau)\cdot d\tau$$

к интегралам в выражениях (1) и (3) и, полученные результаты приравняем

$$\begin{gathered}\int_0^{\infty}\frac{x\cdot F(x)\cdot dx}{x^2+z^2}\cdot\int_0^{\infty}\frac{y\cdot\Phi(y)\cdot dy}{y^2+z^2}=\\=\int_0^{\infty}\frac{y\cdot\Phi(y)}{y^2+z^2}\cdot\left[\int_0^{\infty}\frac{x\cdot F(x)\cdot dx}{x^2-y^2}\right]\cdot dy+\\+\int_0^{\infty}\frac{x\cdot F(x)}{x^2+z^2}\cdot\left[\int_0^{\infty}\frac{y\cdot\Phi(y)\cdot dy}{y^2-x^2}\right]\cdot dx\end{gathered}$$

После переобозначения во втором двукратном интеграле, равенство примет окончательный вид

$$\begin{gathered}\int_0^{\infty}\frac{x\cdot F(x)\cdot dx}{x^2+z^2}\cdot\int_0^{\infty}\frac{x\cdot\Phi(x)\cdot dx}{x^2+z^2}=\\=\int_0^{\infty}\frac{x\cdot dx}{x^2+z^2}\times\left[\Phi(x)\cdot\int_0^{\infty}\frac{y\cdot F(y)\cdot dy}{y^2-x^2}+F(x)\cdot\int_0^{\infty}\frac{y\cdot\Phi(y)\cdot dy}{y^2-x^2}\right]\end{gathered}. \tag{4}$$

Основная теорема и следствия из неё. Предварительные замечания.

Определение. Пусть V – пространство, состоящее из функций f, заданных на $[0,\infty)$, таких, что $f(x)=0\left(1/\sqrt{x}\right)$, т.е. $|f(x)|\le C_f/\sqrt{x}$, $x\ge N_f$ (функции равны с точностью эквивалентности

$$f\sim g\Leftrightarrow\mu\{x\,|\,|f(x)-g(x)|\ne 0\}=0).$$

В пространстве V определим норму (зависящую от $z>0$),

$$\|f\|_z = \int_0^\infty \frac{x\cdot|f(x)|\cdot dx}{x^2+z^2}.$$

Очевидно, что для $f \in V$, интеграл сходится, т.к.

$$\int_0^\infty \frac{x\cdot|f(x)|\cdot dx}{x^2+z^2} \le \int_0^\infty \frac{x\cdot\left(C_f/\sqrt{x}\right)\cdot dx}{x^2+z^2} = \frac{C_f}{\sqrt{2\cdot z}}\cdot\int_0^\infty \frac{\sqrt{x}\cdot dx}{x^2+z^2} = 0$$

Пространство V с такой нормой является банаховым (L^1 с весом $x/\left(x^2+z^2\right)$).

Введём непрерывный линейный функционал A: V → ℝ:

1) $A(\lambda\cdot f+\mu\cdot g)=\lambda\cdot A(f)+\mu\cdot A(g),\ \lambda,\mu\in R$, $f,g\in V$;

2) $|A(f)|\le C_A\cdot\|f\|_z$.

Определим функционал A на V:

$A_z(f)=\int_0^\infty \frac{x\cdot f(x)\cdot dx}{x^2+z^2}$, тогда

$$|A(f)|\le C_A\cdot\|f\|_z = C_A\cdot\left|\int_0^\infty \frac{x\cdot f(x)\cdot dx}{x^2+z^2}\right| \le C_A\cdot\int_0^\infty\frac{x\cdot|f(x)|\cdot dx}{x^2+z^2}$$

Следовательно, условие 2) выполняется при $C_A = 1$. Пусть $F(x),\Phi(x)\in V$ и, тогда этому же пространству принадлежат функции вида

$f(x)=F(x)\cdot\int_0^\infty \frac{y\cdot\Phi(y)\cdot dy}{y^2-x^2}$, т.к.

$$\|f\|_z=\int_0^\infty\frac{x\cdot|f(x)|\cdot dx}{x^2+z^2}=\int_0^\infty\frac{x}{x^2+z^2}\cdot\left|F(x)\cdot\int_0^\infty\frac{y\cdot\Phi(y)\cdot dy}{y^2-x^2}\right|\cdot dx\le$$

$$\le\int_0^\infty\frac{x\cdot\left(C_F/\sqrt{x}\right)}{x^2+z^2}\cdot\left[\int_0^\infty\frac{y\cdot\left(C_\Phi/\sqrt{y}\right)\cdot dy}{y^2-x^2}\right]\cdot dx=\frac{\pi^2\cdot C_F\cdot C_\Phi}{4\cdot z}<\infty$$

Пусть $F(x)$, $\Phi(x)$ такие, что выполняются два условия:

1) $F(x)=\underset{x\to+\infty}{0}\left(1/\sqrt{x}\right)$, $\Phi(x)=\underset{x\to+\infty}{0}\left(1/\sqrt{x}\right)$;

2) интегралы

$$\int_0^\infty\frac{x\cdot y\cdot F(x)\cdot\Phi(y)\cdot dx\cdot dy}{\left(x^2+z^2\right)\cdot\left(y^2-x^2\right)},\qquad \int_0^\infty\frac{x\cdot y\cdot\Phi(x)\cdot F(y)\cdot dx\cdot dy}{\left(x^2+z^2\right)\cdot\left(y^2-x^2\right)}$$

являются равномерно сходящимися.

Теорема. Пусть F(x), Φ(x) удовлетворяют условиям 1) и 2), тогда справедливо интегральное равенство (4).

Доказательство. Ввиду выполнимости условий 1) и 2) во втором слагаемом правой части (4) поменяем порядок интегрирования, т.е.

$$\int_0^\infty\frac{x\cdot F(x)\cdot dx}{x^2+z^2}\cdot\left[\int_0^\infty\frac{y\cdot\Phi(y)\cdot dy}{y^2-x^2}\right]=$$

$$=-\int_0^\infty y\cdot\Phi(y)\cdot dy\cdot\left[\int_0^\infty\frac{x\cdot F(x)\cdot dx}{\left(x^2+z^2\right)\cdot\left(x^2-y^2\right)}\right]=$$

$$=-\left\{\begin{array}{l}\displaystyle\int_0^\infty\frac{y\cdot\Phi(y)\cdot dy}{y^2+z^2}\cdot\left[\int_0^\infty\frac{x\cdot F(x)\cdot dx}{x^2-y^2}\right]-\\ \displaystyle-\int_0^\infty\frac{y\cdot\Phi(y)\cdot dy}{y^2+z^2}\cdot\int_0^\infty\frac{x\cdot F(x)\cdot dx}{x^2+z^2}\end{array}\right\}.$$

После подстановки данного результата уравнение (4) преобразуется в тождество.

Теорема доказана.

Два следствия из теоремы выводятся в результате применения очевидных замен переменных

$$\int_0^\infty\frac{F(x)\cdot dx}{x^2+z^2}\cdot\int_0^\infty\frac{x\cdot\Phi(x)\cdot dx}{x^2+z^2}= =\int_0^\infty\frac{dx}{x^2+z^2}\cdot\left[x\cdot\Phi(x)\cdot\int_0^\infty\frac{F(y)\cdot dy}{y^2-x^2}+F(x)\cdot\int_0^\infty\frac{y\cdot\Phi(y)\cdot dy}{y^2-x^2}\right], \quad (5)$$

где

$|F(x)|/\sqrt{x}\le C_F,\quad x\ge N_F;\quad |\Phi(x)|\le C_\Phi/\sqrt{x},\quad x\ge N_\Phi$;

$$\int_0^\infty\frac{F(x)\cdot dx}{x^2+z^2}\cdot\int_0^\infty\frac{\Phi(x)\cdot dx}{x^2+z^2}= =\int_0^\infty\frac{1}{x^2+z^2}\cdot\left[\Phi(x)\cdot\int_0^\infty\frac{F(y)\cdot dy}{y^2-x^2}+F(x)\cdot\int_0^\infty\frac{\Phi(y)\cdot dy}{y^2-x^2}\right]\cdot dx, \quad (6)$$

где

$|F(x)|/\sqrt{x}\le C_F,\quad x\ge N_F;\quad |\Phi(x)|/\sqrt{x}\le C_\Phi,\quad x\ge N_\Phi$.

Если в (5) и (6) $F(x)\equiv h=const$, то

$$\int_0^\infty\frac{dx}{x^2+z^2}\cdot\int_0^\infty\frac{x\cdot\Phi(x)\cdot dx}{x^2+z^2}= =\int_0^\infty\frac{1}{x^2+z^2}\left[x\cdot\Phi(x)\cdot\int_0^\infty\frac{dy}{y^2-x^2}+\int_0^\infty\frac{y\cdot\Phi(y)\cdot dy}{y^2-x^2}\right]\cdot dx,$$

$$\int_0^\infty\frac{dx}{x^2+z^2}\cdot\int_0^\infty\frac{\Phi(x)\cdot dx}{x^2+z^2}= =\int_0^\infty\frac{1}{x^2+z^2}\left[\Phi(x)\cdot\int_0^\infty\frac{dy}{y^2-x^2}+\int_0^\infty\frac{\Phi(y)\cdot dy}{y^2-x^2}\right]\cdot dx,$$

но внутренний интеграл в 1-ом слагаемом справа – это ноль, поэтому

$$\int_0^\infty\frac{1}{x^2+z^2}\cdot\left[\int_0^\infty\frac{y\cdot\Phi(y)\cdot dy}{y^2-x^2}\right]\cdot dx=\frac{\pi}{2\cdot z}\cdot\int_0^\infty\frac{x\cdot\Phi(x)\cdot dx}{x^2+z^2},$$

$$\int_0^\infty\frac{1}{x^2+z^2}\cdot\left[\int_0^\infty\frac{\Phi(y)\cdot dy}{y^2-x^2}\right]\cdot dx=\frac{\pi}{2\cdot z}\cdot\int_0^\infty\frac{\Phi(x)\cdot dx}{x^2+z^2}.$$

Приложение 1. Кусочно-постоянные функции. Пусть

$$F(x)=\begin{cases}0, & 0<x<a,\quad b<x<\infty\\ h_1, & a\le x\le b\end{cases},$$

$$\Phi(x)=\begin{cases}0, & 0<x<c,\quad d<x<\infty\\ h_2, & c\le x\le d\end{cases}. \quad (7)$$

Очевидно, что данные функции удовлетворяют условиям теоремы и её следствиям.

Во всех примерах, если это особо не оговаривается $a\ne b\ne c\ne d,\quad g\ne h\ne z,\quad 0<a,b,c,d,g,h,<\infty$.

Функции, задаваемые соотношениями (7), последовательно подставим в интегральные равенства (4), (5), (6), тогда

$$\int_a^b \frac{x\cdot \ell n\left|\left(d^2-x^2\right)/\left(c^2-x^2\right)\right|}{x^2+z^2}\cdot dx+$$
$$+\int_c^d \frac{x\cdot \ell n\left|\left(b^2-x^2\right)/\left(a^2-x^2\right)\right|}{x^2+z^2}\cdot dx= \tag{8}$$
$$=\frac{1}{2}\cdot \ell n\left(\frac{b^2+z^2}{a^2+z^2}\right)\cdot \ell n\left(\frac{d^2+z^2}{c^2+z^2}\right)$$

$$\int_a^b \frac{\ell n\left|\left(d^2-x^2\right)/\left(c^2-x^2\right)\right|}{x^2+z^2}\cdot dx+$$
$$+\int_c^d \ell n\left|\frac{(b-x)\cdot(a+x)}{(b+x)\cdot(a-x)}\right|\cdot\frac{dx}{x^2+z^2}= \tag{9}$$
$$=\frac{1}{z}\cdot arctg\left[\frac{(b-a)\cdot z}{z^2+a\cdot b}\right]\cdot \ell n\left(\frac{d^2+z^2}{c^2+z^2}\right)$$

$$\int_a^b \ell n\left|\frac{(d-x)\cdot(c+x)}{(d+x)\cdot(c-x)}\right|\cdot\frac{dx}{x\cdot\left(x^2+z^2\right)}+$$
$$+\int_c^d \ell n\left|\frac{(b-x)\cdot(a+x)}{(b+x)\cdot(a-x)}\right|\cdot\frac{dx}{x\cdot\left(x^2+z^2\right)}= \tag{10}$$
$$=\frac{2}{z^2}\cdot arctg\left[\frac{(b-a)\cdot z}{z^2+a\cdot b}\right]\cdot arctg\left[\frac{(d-c)\cdot z}{z^2+c\cdot d}\right]$$

Пусть в (8), (9), (10), $c=a,\quad d=b$

$$\int_a^b \frac{x\cdot \ell n\left|\left(b^2-x^2\right)/\left(a^2-x^2\right)\right|}{x^2+z^2}\cdot dx=\frac{1}{4}\cdot \ell n^2\left(\frac{b^2+z^2}{a^2+z^2}\right), \tag{11}$$

$$\int_a^b \ell n\left|\frac{b-x}{a-x}\right|\cdot\frac{dx}{x^2+z^2}=$$
$$=\frac{1}{2\cdot z}\cdot arctg\left[\frac{(b-a)\cdot z}{z^2+a\cdot b}\right]\cdot \ell n\left(\frac{b^2+z^2}{a^2+z^2}\right), \tag{12}$$

$$\int_a^b \ell n\left|\frac{(b-x)\cdot(a+x)}{(b+x)\cdot(a-x)}\right|\cdot\frac{dx}{x\cdot\left(x^2+z^2\right)}=$$
$$=\frac{1}{z^2}\cdot arctg^2\left[\frac{(b-a)\cdot z}{z^2+a\cdot b}\right]. \tag{13}$$

В (11) и (12) потребуем, чтобы $a\to 0$. При вычислении интегралов в этих выражениях, используем стандартный приём, применение которого справедливо, в силу равномерной сходимости последних,

$$\lim_{a\to 0}\int_a^b f(x,a,b,z)\cdot dx=$$
$$=\int_0^b \lim_{a\to 0} f(x,a,b,z)\cdot dx-\lim_{a\to 0}\int_0^a f(x,a,b,z)\cdot dx.$$

Если второй интеграл справа очевидным образом стремится к нулю, то исследование этого факта будет опускаться. В дальнейшем, стремление к нулю нижнего предела будет пониматься в указанном смысле. В (13) такой переход не возможен, т.к. при $a\to 0$ нарушается равномерная сходимость интеграла, что противоречит теореме.

После вычисления пределов слева и справа, имеем

$$\int_0^b \frac{x\cdot \ell n\left|\left(b^2-x^2\right)/x^2\right|}{x^2+z^2}\cdot dx=\frac{1}{4}\cdot \ell n^2\left(\frac{b^2+z^2}{z^2}\right), \tag{14}$$

$$\int_0^b \ell n\left|\frac{b-x}{x}\right|\cdot\frac{dx}{x^2+z^2}=\frac{1}{2\cdot z}\cdot arctg\left(\frac{b}{z}\right)\cdot \ell n\left(\frac{b^2+z^2}{z^2}\right). \tag{15}$$

Пусть в (14), (15) $z=b$,

$$\int_0^b \frac{x\cdot \ell n\left|\left(b^2-x^2\right)/x^2\right|}{x^2+b^2}\cdot dx=\frac{1}{4}\cdot \ell n^2(2), \tag{16}$$

$$\int_0^b \ell n\left|\frac{b-x}{x}\right|\cdot\frac{dx}{x^2+b^2}=\frac{\pi\cdot \ell n2}{8\cdot b}. \tag{17}$$

В (16), (17) произведём замену переменных x = t·b, в итоге

$$\int_0^1 \frac{t\cdot \ell n\left|t^2-1\right|}{t^2+1}\cdot dt=\frac{1}{4}\cdot\left[\ell n^2(2)-\frac{\pi^2}{6}\right], \tag{18}$$

$$\int_0^1 \frac{\ell n|t-1|\cdot dt}{t^2+1}=\frac{\pi\cdot \ell n2}{8}-G. \tag{19}$$

При вычислении (18) и (19) использовался табличный результат [1, с. 488]; G = 0,91596559 – постоянная Каталана.

Видоизменим (11) и (12), прибавив одно и то же слагаемое, к левой и правой частям равенства, в итоге

$$\int_a^b \ell n\left|\frac{b^2-x^2}{a^2-x^2}\cdot\frac{a^2+z^2}{b^2+z^2}\right|\cdot\frac{x\cdot dx}{x^2+z^2}=-\frac{1}{4}\cdot \ell n^2\left(\frac{b^2+z^2}{a^2+z^2}\right), \tag{20}$$

$$\int_a^b \ell n\left|\frac{b-x}{a-x}\cdot\frac{a+z}{b+z}\right|\cdot\frac{dx}{x^2+z^2}=$$
$$=\frac{1}{z}\cdot arctg\left[\frac{(b-a)\cdot z}{z^2+a\cdot b}\right]\cdot \ell n\left(\frac{a+z}{b+z}\cdot\sqrt{\frac{b^2+z^2}{a^2+z^2}}\right). \tag{21}$$

В (20) и (21) устремим a → 0

$$\int_0^b \ell n\left|\frac{b^2-x^2}{b^2+z^2}\cdot\frac{z^2}{x^2}\right|\cdot\frac{x\cdot dx}{x^2+z^2}=-\frac{1}{4}\cdot \ell n^2\left(\frac{b^2+z^2}{z^2}\right), \tag{22}$$

$$\int_0^b \ell n\left|\frac{b-x}{b+z}\cdot\frac{z}{x}\right|\cdot\frac{dx}{x^2+z^2}=\frac{1}{z}\cdot arctg\left(\frac{b}{z}\right)\cdot \ell n\left(\frac{\sqrt{b^2+z^2}}{b+z}\right). \tag{23}$$

Пусть в (22) и (23) z = b

$$\int_0^b \ell n\left|\frac{b^2-x^2}{2\cdot x^2}\right|\cdot\frac{x\cdot dx}{x^2+b^2}=-\frac{1}{4}\cdot \ell n^2(2),$$

$$\int_0^b \ell n\left|\frac{b-x}{2\cdot x}\right|\cdot\frac{dx}{x^2+b^2}=-\frac{\pi\cdot \ell n(2)}{8\cdot b}.$$

Пусть в (13) и (21) b → ∞. При вычислении интегралов в этих выражениях, используем тот же приём, что и ранее, т.е.

$$\lim_{b\to\infty}\int_a^b f(x,a,b,z)\cdot dx=$$
$$=\int_a^\infty \lim_{b\to\infty} f(x,a,b,z)\cdot dx-\lim_{b\to\infty}\int_b^\infty f(x,a,b,z)\cdot dx.$$

Если второй интеграл справа очевидным образом стремится к нулю, то исследование этого факта будет опускаться. В дальнейшем, стремление к бесконечности верхнего предела будет пониматься в указанном смысле.

После вычисления пределов слева и справа, имеем

$$\int_a^\infty \ell n\left|\frac{a+x}{a-x}\right|\cdot\frac{dx}{x\cdot\left(x^2+z^2\right)}=\frac{1}{z^2}\cdot arctg^2\left(\frac{z}{a}\right),$$

$$\int_a^\infty \ell n\left|\frac{a+z}{a-x}\right|\cdot\frac{dx}{x^2+z^2}=\frac{1}{z}\cdot arctg\left(\frac{z}{a}\right)\cdot \ell n\left(\frac{a+z}{\sqrt{a^2+z^2}}\right). \quad (24)$$

Пусть в (24) a → 0

$$\int_0^\infty \frac{\ell nx\cdot dx}{x^2+z^2}=\frac{\pi\cdot \ell nz}{2\cdot z}.$$

Данная формула совпадает с известным результатом [1, с. 489].

Заключение. В приложении данной работы представлены интегралы только от простейших кусочно-непрерывных функций. В дальнейшем будут представлены результаты от более широкого класса функций, а также применение гибридной интегральной преобразованию свёртки для решения интегральных и интегро-дифференциальных уравнений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И. Интегралы и ряды. Элементарные функции. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1981, 800 с.
2. Сагитов Ю.Х. Формула двойной интегральной свертки// Сборник: Динамика систем и управление. – Саранск, 2003.
3. Быблив О.Я., Ленюк М.П. Гибридные интегральные преобразования Вебера для кусочно-однородной полярной оси // Известия вузов. Математика. 1987. – № 8. С. 3-11.
4. Уфлянд Я.С. Интегральные преобразования в задачах теории упругости. – 2-е изд-е. – Л.: Наука, 1967. – 402 с.
5. Уфлянд Я.С. О некоторых новых интегральных преобразованиях и их приложениях к задачам математической физики.// Вопросы математической физики. Ленинград, 1976. – С. 93-106.

REFERENCES (TRANSLATED AND TRANSLITERATED)

1. Prudnikov A.P., Brychkov Yu.A., O.I. Marichev Integrals and series. Elementary functions. - M .: Nauka. Home edition of Physical and Mathematical Literature, 1981, 800 p.
2. Sagitov Yu.Kh. Formula of double integral convolution // Collection: Dynamics and control systems. - Saransk, 2003.
3. Byblev O.Ya., Lenyuk M.P. Hybrid integral Weber-transformations for piecewise-homogeneous polar axis // Proceedings of the universities. Mathematics. 1987. - № 8. P. 3-11.
4. Ufland J.S. Integral transformations in the theory of elasticity. – 2d ed. – L .: Nauka, 1967. – 402 p.
5. Ufland J.S. On some new integral transforms and their applications to problems of mathematical physics .// Questions of mathematical physics. Leningrad, 1976. - P. 93-106.

Sagitov Yu. Hybrid convolution integral transformation: the main theorem corollaries from it, some applications

Abstract. The study focuses on hybrid integral transform, convolution, as a result of the consistent application of the sine of the Fourier transform and the one-sided Laplace transform; and there is a formal derivation of the formula convolution; it is the assertion of the theorem for a certain class of functions; provides application convolution in the form of calculated and certain improper integrals of piecewise constant functions.

***Keywords**: improper integral; norm; hybrid integral transformation; the transformation of the convolution; uniformly convergent integral*