Подопригора Н.В.

Комплексне представлення співвідношень невизначеностей у процесі підготовки майбутніх учителів фізики

Подопригора Наталія Володимирівна, кандидат педагогічних наук, доцент докторант кафедри фізики та методики її викладання
Кіровоградський державний педагогічний університет імені Володимира Винниченка, м. Кіровоград, Україна

Анотація. У статті наведено варіант комплексного представлення співвідношень невизначеностей на засадах наступності і циклічності навчання фізики у педагогічному університеті. Варіативність методів введення співвідношень невизначеності уможливлює їх застосування до виконання напівкількісних оцінок явищ мікросвіту, узгодити корпускулярні та хвильові властивостей мікрочастинок, виявити критерії застосовності до них понять класичної механіки.

Ключові слова: *співвідношення невизначеностей, варіативність теоретичного опису, навчання вчителя фізики, педагогічний університет*

Постановка проблеми. На сучасному етапі стрімкого оновлення та постійного потоку інформації дидактичні основи навчання фізики зазнають неентропійних змін, що спонукає фахівців до відшукання нових підходів, спрямованих на оновлення та модернізацію фізико-математичної освіти. Збереження освітніх традицій і, разом з тим, запровадження у площину навчальних дій інноваційних підходів до навчання фізики з реалізації різноманітних дидактичних завдань мають сприяти модернізації та розвитку фундаментальної, природничо-наукової, професійної та практичної підготовки майбутніх учителів фізики. На нашу думку, модернізація педагогічних технологій, спрямованих на навчання фізики, має сприяти забезпеченню умов, за яких студент оволодіває здатністю бачити структуру навчального матеріалу, систематизувати знання, вміти ставити проблеми, шукати шляхи з їх раціонального вирішення, оцінювати наслідки очікуваних результатів, бачити перспективи за межами вивченого, застосовуючи при цьому різні способи й методи, опановуючи у такий спосіб азами педагогічної майстерності з навчання фізики. Безумовно спектр зазначених завдань має відшукати свою реалізацію у навчально-виховному процесі вишів, узгодженого із навчальним плануванням та спрямованого на підготовку фахівця високої кваліфікації.

Галузевий стандарт педагогічної освіти з навчання фізики спрямовує нас на надання студентам таких знань і у такий спосіб, які сприятимуть формуванню в них наукового світогляду та цілісного уявлення про сучасну фізичну картину світу, навчатимуть розв'язувати практичні і теоретичні задачі сучасної фізики та бути підготовленими до сприймання нових ідей фізики XXI ст. [4]. На нашу думку, вирішенню цих завдань сприятиме комплексне представлення такого вагомого елементу теоретичної фізики як співвідношення невизначеностей у навчальному процесі з фізики педагогічного університету як прикладного елементу фізичних знань, що уможливлює презентацію суперечливого становлення квантових уявлень про структуру матерії та адекватного відбору математичних методів щодо її опису.

Аналіз публікацій. Аналіз змісту ряду навчальних посібників з квантової фізики засвідчує варіативність висвітлення питання про співвідношення невизначеностей. Обумовлено це передусім варіативністю їх теоретичного опису у фундаментальній науці. Зокрема, у праці В. Гейзенберга «Про наочний зміст квантово-теоретичної кінематики і динаміки» вчений отримує співвідношення невизначеностей для координати і імпульсу мікрооб'єктів в узагальнених координатах $\Delta p \Delta q = h/2\pi i$, застосовуючи основи аналітичної механіки та відповідні рівняння Гамільтона, спираючись на експериментальні дослідження Н. Бора, і формулює їх як новий принцип невизначеності [15]. Елементарний рівень введення принципу невизначеності Гейзенберга претендував та теоретичні основи нової теорії – квантової механіки і сформульований у такий спосіб не сподобався А. Ейнштейну, про що він вступив у дебати з Н. Бором. Історик М. Ельяшевич згадує про цей факт, досліджуючи вклад Ейнштейна у розвиток квантових уявлень [6], що лише вказує на існування непереборних суперечностей, які закралися у надрах класичної механіки наприкінці XIX та початку XX ст. щодо її спроможності описувати явища мікросвіту.

Сучасну найбільш загальну математичну форму співвідношенням невизначеностей $\left[\hat{A}, \hat{B}\right] = i\hat{C}$ надає операторна алгебра, яка виявилась найбільш прийнятною для опису властивостей двох самоспряжених операторів, які ставляться у відповідність спостережуваним фізичним величинам [9].

У систематичних курсах квантової механіки теоретичні підходи щодо введення співвідношень невизначеностей доволі різняться. В основах квантової механіки Д. Блохінцева співвідношення невизначеностей розглядається як важлива властивість квантових ансамблів і обґрунтовується шляхом статистичного аналізу руху частинки уздовж траєкторії на засадах математичної моделі мікрооб'єкта як хвилі де Бройля, що дозволяє автору обґрунтувати співвідношення невизначеності у представленні Гейзенберга для координати та відповідної складової імпульсу частинки у формі $\Delta x \cdot \Delta p_x = \pi\hbar$. Також наводиться доведення співвідношення невизначеностей для довільного стану частинок, які описуються будь-якою хвильовою функцією, у загальній формі $\overline{\Delta x^2} \cdot \overline{\Delta p_x^2} \ge \hbar^2/4$, обираючи міру для відхилення окремих результатів вимірювання координати x і імпульсу p_x від їх середніх значень $\bar{x}$ і $\bar{p}_x$, на основі відомого в статистиці поняття середньоквадратичного відхилу $\overline{\Delta x^2}$ і $\overline{\Delta p_x^2}$. Ілюструється справжність співвідношень на прикладах: дифракції потоку мікрочастинок на щілині; аналізу треків π-мезонів у камері Вільсона з фотографій лабораторії ядерних проблем в м. Дубне; розв'язу-ється задача з відшукання імпульсу нейтрона у процесі зіткнення його з протоном [1, с. 63-76].

В. Тарасов, виводить співвідношення невизначеностей для квантових гамільтоніанових систем у формі Робертсона-Шредінгера: $1/4\left|\left\langle x\middle|\hat{A}\hat{B}-\hat{B}\hat{A}\middle|x\right\rangle\right|^2 \le \left\|\hat{A}x\right\|^2\left\|\hat{B}x\right\|^2$, [13].

Можна наводити безліч прикладів з унаочнення в літературі різних методів введення співвідношень невизначеностей. Проте усе різноманіття та варіативність цих способів під час підготовки майбутніх вчителів фізики не може бути повністю відтворена у навчальних курсах фізики педагогічного університету. На те є кілька причин: по-перше, це брак навчального часу, що виділяється навчальними планами на вивчення цього питання; по-друге, цілеутворюючий компонент методичної системи навчання майбутніх вчителів фізики передбачає формування в них якісних уявлень про предмет дослідження фізики як науки, наукового світогляду, вироблення, у тих хто навчається, навичок практичної та професійної діяльності, адаптованих до шкільних умов.

Разом з тим, інформаційна ємність співвідношень невизначеностей, фундаментальність змісту, елементарність форми представлення, варіативність методів введення та можливість застосування до розв'язку цілого спектру практичних задач робить їх дуже привабливим елементом знань для теорії та методики навчання фізики. Тому **метою** нашої статті є відшукання можливостей комплексного представлення співвідношень невизначеностей у процесі підготовки майбутніх вчителів фізики.

Виклад основного матеріалу. Наші прагнення розібратися із сутністю речей, від галактичних розмірів до мікроскопічних, повсякчас спонукають нас до пошуків раціонального опису спостережуваного і незбагненого. Мікросистеми відносяться до тих об'єктів, які самі по собі не впливають на формування людських звичок і поглядів на природу. Тому квантові закони, що узагальнюють дослідні факти про мікрооб'єкти не наочні. В цьому головна причина їх складного розуміння. Співвідношення невизначеностей є спробою теоретичного опису прояву поведінки мікросистем за допомогою класичних моделей.

Співвідношення невизначеностей – вагомий елемент теоретичної фізики, вивчення якого студентами є утрудненим через варіативність методів їх введення та багатофункціональність застосування. Ця обставина робить цей елемент знань дуже привабливим для дидактики фізики, яка розглядає співвідношення невизначеностей як об'єкт дослідження, вивчення якого уможливлює яскраве представлення генезису розвитку уявлень фізики з прояву корпускулярно-хвильового дуалізму матерії на різних її рівнях.

Навчаючи майбутніх учителів основам квантової механіки ми враховуємо, що у педагогічному університеті процес навчання фізики покладається на онтологічний базис з декілька дисциплін: загальна фізика, математичні методи фізики, теоретична фізика, методика навчання фізики, історія фізики і ін. Загальна і теоретична фізика мають спільний об'єкт дослідження – реальні матеріальні об'єкти, які на певному етапі вивчення замінюються математичними моделями та досліджуються, з огляду на прояв своїх властивостей, за допомогою прийнятних математичних методів в курсі теоретичної фізики; курс загальної фізики знайомить студентів з сучасними методами експериментальної фізики; математичні методи фізики є одним із засобів введення студентів у пізнавальну діяльність, що визначається змістом курсів загальної і теоретичної фізики, при цьому забезпечується інтеграція теоретичних знань студентів у прикладну площину навчальних дій, що сприяє підвищенню рівня їхньої фундаментальної підготовки з фізики; курс методики навчання фізики покликаний навчити студентів адаптувати, набуті ними знання до шкільних умов; історія фізики, спираючись на культурологічний підхід до навчання фізики, знайомить студентів із основними досягненнями людства у становленні сучасної фізичної картини світу, зміни наукової традиції, суперечливості і динаміки її розвитку.

Аналіз сьогоденних навчальних планів, програм, підручників та посібників щодо підготовники майбутніх вчителів фізики на кафедрі фізики та методики її викладання Кіровоградського державного педагогічного університету імена Володимира Винниченка дає нам узагальнене і системне бачення можливостей розв'язання проблеми комплексного представлення співвідношень невизначеностей у педагогічному університеті, табл. 1.

З таблиці видно, що навчальні дисципліни, у змісті яких можуть бути відображені елементи знань з вивчення співвідношень невизначеностей, розташовані із дотриманням принципу наступності навчання, починаючи з дисциплін фундаментальної та природничо-наукової підготовки студентів, на молодших курсах і, завершуючи їх професійною та практичною підготовкою, на старших курсах.

Зокрема, *в курсі математичних методів фізики* розглядається одна із прикладних задач квантової механіки – задача про квантовий одновимірний гармонічний осцилятор. Детальний аналіз розв'язку цієї задачі через безпосередній розв'язок відповідного рівняння Шредінгера дає можливість показати студентам, що за допомогою співвідношень невизначеностей досить *легко виконувати напівкількісні оцінки явищ мікросвіту* у більш простий і зручний спосіб. Детальний процес розв'язування та аналізу задачі для моделі одновимірного лінійного осцилятора виявляється доволі складним. Проте нас цікавить один із наслідків цього розв'язку, а саме, величина найменшого значення енергії осцилятора $\varepsilon_0 = \hbar\omega/2$, яка за жодних умов не може бути в нього відібрана. Наявність нульової енергії у осцилятора підтверджується експериментально за величиною розсіювання світла кристалами за наднизьких температур. На цю обставину ми наголошуємо в курсі термодинаміки і статистичної фізики та пов'язуємо із змістом третього начала термодинаміки про недосяжність абсолютного нуля температур. Виявляється, що за допомогою співвідношень невизначеностей досить легко отримати цей фундаментальний наслідок не вдаючись до громіздкого розв'язування рівняння Шредінгера.

Таблиця 1. Можливості вивчення співвідношень невизначеностей у змісті навчальних дисциплін Кіровоградського державного педагогічного університету імена Володимира Винниченка

Рівень підготовки	Дисципліна	Курс	Розділ	Тема: Програма
За освітньо-кваліфікаційним рівнем "бакалавр"				
Фундаментальна	Математичні методи фізики	2 (2)	Математичні рівняння фізики	***Рівняння еліптичного типу.*** Задачі, що приводять до рівнянь еліптичного типу (задача про одновимірний гармонічний осцилятор). Оцінка основного стану осцилятора за допомогою невизначеностей Гейзенберга [9; с. 171-179].
Природничо-наукова	Загальна фізика	3 (2)	Квантова фізика	***Хвильові властивості речовини:*** Хвилі де Бройля. Досліди Девісона і Джермера. Співвідношення невизначеностей Гейзенберга. Рівняння Шредінгера. Принцип суперпозиції. Вибрані задачі квантової механіки [7].
Професійна	Теоретична фізика	4 (1)	Квантова механіка	***Специфіка фізики мікрооб'єктів:*** Ідеї квантування, корпускулярно-хвильового дуалізму, Принцип невизначеності Гейзенберга, імовірнісний характер поведінки мікрооб'єктів. Деякі результати, що випливають із співвідношення невизначеностей [1].
За освітньо-кваліфікаційним рівнем "спеціаліст"				
Професійна	Методика навчання фізики	5 (1)	Квантова фізика у шкільному курсі фізики	***Методика вивчення теми "Квантова фізика у шкільному курсі фізики":*** Значення вивчення квантової фізики у загальноосвітній школі й особливості методики її навчання [11].
	Вибрані питання теоретичної фізики	5 (2)	Фундаментальність співвідношень невизначеностей	***Застосування співвідношень невизначеностей до ряду мікро- і макросистем:*** Співвідношення невизначеностей для: частоти і часу як наслідок взаємодії хвиль та коливальних систем; координати і хвильового числа для макросистем. Співвідношення невизначеностей для координати і імпульсу та вимірювальні прилади. Співвідношення невизначеностей для енергії і часу [8].
	Історія фізики	5 (2)	Історія окремих областей фізики	***Наукова революція кінця XIX першої третини XX ст.***: Розвиток квантових уявлень і становлення квантової теорії (роботи Гейзенберга) [12].
Практична	Педагогічна практика	5 (1)	Фізика. 11 клас. Оптика	***Корпускулярно-хвильовий дуалізм світла:*** Гіпотеза де Бройля. Хвильові властивості частинок. Поняття про квантову механіку (профільна школа) [5, с. 193-194].

З цією метою ми пропонуємо студентам розв'язати наступну *задачу*: Оцінити енергію основного стану осцилятора, використовуючи співвідношення невизначеностей Гейзенберга $\overline{\Delta x^2}\cdot\overline{\Delta p_x^{\,2}}\geq \hbar^2/4$. А саме:

Для класичного гармонійного осцилятора енергія дорівнює сумі кінетичної і потенціальної енергій: $E=\frac{p_x^{\,2}}{2m}+\frac{kx^2}{2}$, причому $k=m\omega^2$, де ω – частота коливань осцилятора, m – його маса. У квантовій механіці одночасно точні значення для x і p_x не існують, а існують і вимірюються $\bar{x}$ і $\bar{p}_x$. Тому формула для спостережуваної енергії квантового осцилятора матиме насправді такий вигляд:

$$\overline{E}=\frac{\overline{p_x^2}}{2m}+\frac{k\overline{x^2}}{2}=\frac{\overline{p_x^2}}{2m}+\frac{m\omega^2\overline{x^2}}{2} \qquad (1)$$

Якщо використати співвідношення невизначеностей Гейзенберга за пропонованою умовою задачі формою то ми отримаємо:

$$\overline{p_x^2}\cdot\overline{x^2}=\frac{\hbar^2}{4}\Rightarrow\overline{x^2}=\frac{\hbar^2}{4\overline{p_x^2}}\text{, отже }\overline{E}=\frac{\overline{p_x^2}}{2m}+\frac{m\omega^2\hbar^2}{8\overline{p_x^2}}. \qquad (2)$$

Основний стан осцилятора – це стан з найменшою енергією, умова мінімуму якої:

$$\frac{d\overline{E}}{d\overline{p_x^2}}=0\ \Rightarrow\ \frac{d}{d\overline{p_x^2}}\left(\frac{\overline{p_x^2}}{2m}+\frac{m\omega^2\hbar^2}{8\overline{p_x^2}}\right)=0;$$

$$\frac{1}{2m}-\frac{m\omega^2\hbar^2}{8\left(\overline{p_x^2}\right)^2}=0\Rightarrow 4\left(\overline{p_x^2}\right)^2=m^2\omega^2\hbar^2\ \Rightarrow\ \overline{p_x^2}=\frac{m\omega\hbar}{2}.$$

Отже, коли $\overline{p_x^2}=\frac{m\omega\hbar}{2}$, то енергія осцилятора буде мінімальною:

$$\overline{E}_{\min}=\frac{\overline{p_x^2}}{2m}+\frac{m\omega^2\hbar^2}{8\overline{p_x^2}}=\frac{m\omega\hbar}{4m}+\frac{m\omega^2\hbar^2\cdot 2}{8\cdot m\omega\hbar}=\frac{\hbar\omega}{4}+\frac{\hbar\omega}{4}=\frac{\hbar\omega}{2}. \qquad (3)$$

Це так звана нульова енергія осцилятора, яку у нього відібрати неможливо. Цей факт означає, що квантовий осцилятор має запас енергії $\varepsilon_0=\hbar\omega/2$ навіть за $T=0$.

Зміст пропонованої задачі може бути використаний будь-де як в курсі загальної фізики, так і в курсі теоретичної фізики та відображений у змісті як аудиторних практичних завдань так і в змісті самостійних індивідуальних завдань, модульних контрольних робіт тощо.

Наступна особливість співвідношень невизначеностей полягає в тому, що вони *дозволяють узгодити корпускулярна та хвильові властивості мікрочастинок*. На нашу думку, це найкраще репрезентувати в *курсі загальної фізики* оскільки найлегше реалізувати засобами навчального експерименту, зокрема у лабораторному фізичному практикумі з квантової фізики, досліджуючи дифракцію потоку електронів на вузькій щілині (рис. 1): На непрозорий екран з вузькою щілиною $AB=\Delta x$ (екран лежить у площині $x0y$).

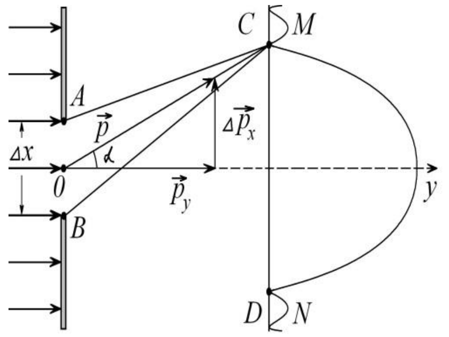

Рис. 1. Дифракція потоку електронів на щілині

Зліва від екрану кожний з електронів має імпульс $\vec{p}$, спрямований вздовж $0y$. Отже зліва від екрана кожний з електронів має точки значення імпульсу $p_y = p$, а тому $\Delta p_y = 0$. Але координати електронів можуть бути довільними, тобто $-\infty < y < +\infty$. Тоді $\Delta y = \infty$, а $\Delta y \Delta p_y \geq \hbar$. Інша ситуація відбувається, коли електрон проходить через щілину; і знаходиться всередині щілини AB, тобто $\Delta x = AB$. Зменшуючи AB, можна з напряму виміряти x заданою точністю. За умови, коли розміри щілини будуть порядку деб-ройлівської довжини хвилі, тобто $\lambda = 2\pi\hbar/p$, має місце дифракція електронів: на екрані CD спостерігається дифракційна картина; симетричний відносно осі $0y$ головний максимум і ряд вторинних максимумів; до щілини всі електрони рухались вздовж осі $0y$; і при відхиленні від попереднього напряму одержують приріст імпульсу Δp_x вздовж вісі $0x$. Можна вважати, що вся дифракційна картина має ширину від нижнього першого мінімуму до відповідного верхнього. Тому $\Delta p \approx p \operatorname{tg}\alpha \approx p \sin\alpha$ (за умови, що α – малий). Отже:

$\Delta p = 2\pi\hbar/\lambda \cdot \sin\alpha$; $\Delta x \sin\alpha = k\lambda$ $(k=1) \Rightarrow \Delta x \sin\alpha = \lambda$.

Тоді: $\Delta x \Delta p_x \approx 2\pi\hbar$. Коли враховувати і вторинні максимуми, то $\Delta x \Delta p_x \geq 2\pi\hbar$, тобто одержимо співвідношення невизначеностей Гейзенберга (одну з його форм).

Насправді вчені придумали цілий ряд таких мислених експериментів (визначення положення електрона за допомогою мікроскопа, визначення його імпульсу при відбиванні від кристала тощо), які завжди працюють у відповідності до співвідношення невизначеностей і які можуть бути перевірені експериментально на відповідність.

Під час планування навчання будь-якого елементу знань з фізики більш ніж прийнятним, на нашу думку, принципом організації навчального пізнання є дидактичний принцип циклічності, реалізований за схемою: емпіричні факти, проблема → гіпотеза, математична модель → теоретичний наслідок → експериментальна перевірка, можливість практичної реалізації, перспективи подальших розвідок. Цей принцип найкраще відображає цикл наукового пізнання у наукових дослідженнях з фізики [16]. Цією ідеєю ми керувались і під час розробки навчальних програм та посібників з курсу теоретичної фізики, враховуючи інтегративні чинники між циклами дисциплін природничо-наукової, фундаментальної, професійно та практичної підготовки майбутніх вчителів фізики [3, 9, 10].

В *курсі теоретичної фізики* доцільно розглянути й *операторну форму співвідношень невизначеностей* $\left[\hat{L}, \hat{F}\right] = i\hat{R}$, яка уможливлює отримання найзагальнішої форми співвідношень невизначеностей. Міркування можуть бути наступними: Дві фізичні величини можуть мати одночасно точні значення, коли їх оператори комутують. Але в загальному випадку оператори не комутують, тоді слід відповісти на питання, а з якою точністю можна відшукати їх власні значення. Коли оператори не комутують, то $\hat{L}\hat{F} - \hat{F}\hat{L} = i\hat{R}$, де $\hat{R}$ – самоспряжений оператор (взагалі це можна довести, коли $\hat{L}$ і $\hat{F}$ – ермітові).

За міру, що характеризує відхил окремих результатів вимірювання від їх середніх значень (а вони відомі точно) беруть середньоквадратичні відхили (дисперсії) $\overline{\Delta L^2}$ і $\overline{\Delta F^2}$, де $\Delta L = L - \overline{L}$; $\Delta F = F - \overline{F}$. Тоді: $\overline{\Delta L^2} = \overline{\left(L - \overline{L}\right)^2} = \overline{L^2 - 2L\overline{L} - \overline{L}^2} = \overline{L^2} - 2\overline{L}^2 - \overline{L}^2 = \overline{L^2} - \overline{L}^2$; $\overline{\Delta F^2} = \overline{F^2} - \overline{F}^2$. Виберемо початки відліку величин L і F так, щоб вони співпадали з $\overline{L}$ і $\overline{F}$, що завжди можна реалізувати, тоді $\overline{L} = 0$ і $\overline{F} = 0$; $\overline{\Delta L^2} = \overline{L^2}$; $\overline{\Delta F^2} = \overline{F^2}$.

Розглянемо допоміжну величину, інтеграл типу $I(\alpha) = \int \left| \left(\alpha\hat{L} - i\hat{F}\right)\psi \right|^2 dV \geq 0$, де ψ – хвильова функція стану, з якого визначаємо $\overline{\Delta L^2}$ і $\overline{\Delta F^2}$; α – дійсний параметр, $I(\alpha) \geq 0$, бо підінтегральний вираз додатній. Оскільки оператори $\hat{L}$ і $\hat{F}$ – ермітові, тому:

$$I(\alpha) = \int \left(\alpha\hat{L} - i\hat{F}\right)\psi \left(\alpha\hat{L}^* + i\hat{F}^*\right)\psi^* dV =$$

$$= \int \left[\left(\alpha\hat{L} - i\hat{F}\right)\psi\right] \alpha\hat{L}^*\psi^* dV + i\int \left[\left(\alpha\hat{L} - i\hat{F}\right)\psi\right] \hat{F}^*\psi^* dV =$$

$$= \int \psi^* \alpha\hat{L}\left(\alpha\hat{L} - i\hat{F}\right)\psi dV + i\int \psi^* \hat{F}\left(\alpha\hat{L} - i\hat{F}\right)\psi dV =$$

$$= \int \psi^* \left(\alpha^2\hat{L}^2 - i\alpha\hat{L}\hat{F} + i\alpha\hat{F}\hat{L} + \hat{F}^2\right)\psi dV =$$

$$= \alpha^2 \int \psi^* \hat{L}^2 \psi dV - i\alpha \int \psi^* \left(\hat{L}\hat{F} - \hat{F}\hat{L}\right)\psi dV + \int \psi^* \hat{F}^2 \psi dV$$

Враховуючи, що за умови $\hat{L}\hat{F} - \hat{F}\hat{L} = i\hat{R}$, отримаємо таким чином:

$$I(\alpha) = \alpha^2 \overline{L^2} + \alpha\overline{R} + \overline{F^2} = \alpha^2 \overline{\Delta L^2} + \alpha\overline{R} + \overline{\Delta F^2} \geq 0. \quad (4)$$

Оскільки спостережуване $\overline{\Delta L^2} > 0$, а $I(\alpha) \geq 0$ для всіх α, якщо його корені комплексні, тоді дискримінант від'ємний, тобто:

$$\overline{R}^2 - 4\overline{\Delta L^2} \cdot \overline{\Delta F^2} \leq 0, \text{ або, } \overline{\Delta L^2} \cdot \overline{\Delta F^2} \geq \overline{R}^2/4. \quad (5)$$

Це і є *універсальне співвідношення*. Наприклад, для координати x та відповідної складової імпульсу p_x операторна форма співвідношень невизначеностей $\left[\hat{x}, \hat{p}_x\right] = i\hbar$, де $\hat{L} = \hat{x}$; $\hat{F} = \hat{p}_x$; $\hat{R} = \hbar$, набуває форми представлення Гейзенберга $\overline{\Delta x^2} \cdot \overline{\Delta p_x^2} \geq \hbar^2/4$. Можна отримати й інші форми співвідношень невизначеностей, зокрема, і для відповідних складових орбітового моменту імпульсу електрона в атомі, оператори яких не є комутативними: $\left[\hat{L}_x, \hat{L}_y\right] = i\hat{L}_z$; $\left[\hat{L}_y, \hat{L}_z\right] = i\hat{L}_x$; $\left[\hat{L}_z, \hat{L}_x\right] = i\hat{L}_y$ і ін. Враховуючи особливості організації навчального процесу та, враховуючи розподіл навчального навантаження між аудиторною і самостійною роботою студентів, підбирають відповідну систему завдань як прикладного, так і практичного спрямування.

У курсі *вибраних питань теоретичної фізики* ми презентуємо ряд положень щодо розширення поняття про співвідношення невизначеностей в прикладному плані до типових некласичних об'єктів. Разом з тим, вказуємо й на те, що *існують класичні співвідношення* схожі до *квантових співвідношень невизначеностей*, природа існування яких пов'язана з хвильовими властивостями сигналів та відповідною взаємодією детектора із сигналом, а також сигналу із резонатором. Тому ми пропонуємо *розширити опис до ряду макросистем* і отримати співвідношення невизначеностей для: частоти і часу, як наслідок взаємодії хвиль та коливальних макросистем; координати і хвильового числа [8].

В *курсі історії фізики* доцільно ознайомити студентів із фундаментальними роботами Гейзенберга з отримання співвідношень невизначеностей [15], а також сучасних теоретичних підходів щодо їх обґрунтування з метою ознайомлення майбутніх учителів фізики із основними досягненнями фізики у становленні квантових уявлень про природу матерії та формуванням сучасної квантової фізики.

Ще однією визначальною особливістю співвідношень невизначеностей є те, що вони *дозволяють встановити критерії застосовності до них понять класичної механіки*. Ця особливість є досить корисною під час підбору і розв'язування задач щодо вивчення основних понять квантової механіки у *шкільному курсі фізики*, оскільки сучасна математична основа квантової механіки для загальноосвітньої школи є занадто складною і недоступною через брак відповідної математичної підготовки учнів. Проте виявляється, що під час аналізу явищ мікросвіту на засадах співвідношень невизначеностей та за певних умов допустимо використання понять класичної механіки (в камері Вільсона, в електронно-променевій трубці і ін.). Наведемо найпростіші приклади:

Приклад 1. Ракета масою 10^3 кг обертається навколо Землі за коловою орбітою. Радіус орбіти 6500 км, швидкість ракети 8 км/с. З якою точністю можна задати радіус і швидкість польоту?

Оскільки ракета рухається за коловою орбітою, тому її швидкість в кожній точці траєкторії перпендикулярна до радіусу, отже $\mathrm{v}_p = 0$ і тому $\Delta\mathrm{v}_p = 0$. Враховуємо, що $\Delta p_r \Delta r \approx \hbar$. Нехай точність визначення радіусу орбіти є співрозмірною з діаметром атому $\Delta r = 10^{-10}$ м. Тоді невизначеність за радіальною складовою імпульсу ракети $\Delta p_r \approx \hbar/\Delta r \approx 10^{-24}\,(\text{кг}\cdot\text{м})/\text{с}$.

Для відповідної складової швидкості $\Delta\mathrm{v}_r = \Delta p_r / m_p \approx 10^{-27}$ кг/с, де $m_p = 10^3$ кг (маса ракети за умови). Але $\mathrm{v}_p >> \Delta\mathrm{v}_r$. Отже, для аналізу руху макротіл співвідношення неоднозначностей не відіграє жодної ролі і цими невизначеностями ($\Delta\mathrm{v}_r, \Delta r$) можна знехтувати та вважати, що розв'язок задачі може бути отриманий з будь-якою наперед заданою точністю.

Приклад 2. Електрон рухається в бетатроні за коловою орбітою радіусом 2,5 м і зі швидкістю, що складає 99% швидкості світла ($\mathrm{v} = 0{,}99\,c = 2{,}97\cdot 10^8$ м/с). З якою точністю можна відшукати радіус орбіти та швидкість електрона?

Для пропонованого релятивістського випадку враховуємо, що $m = m(\mathrm{v})$, тобто

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{\mathrm{v}^2}{c^2}}} = \frac{m_0}{\sqrt{\left(1-\frac{\mathrm{v}}{c}\right)\left(1+\frac{\mathrm{v}}{c}\right)}} = \frac{m_0}{\sqrt{0{,}01\cdot 1{,}99}} = \frac{m_0}{1{,}41\cdot 0{,}1} \approx 7{,}1\,m_0,$$

(6)

де m_0 – маса спокою електрона. Задамо невизначеність радіуса його орбіти $\Delta r = 0{,}05$ м. Тоді невизначеність радіальної компоненти швидкості

$$\Delta\mathrm{v}_r \approx \frac{\hbar}{7{,}1\,m_0 \Delta r} \approx \frac{10^{-34}}{7\cdot 9\cdot 10^{-31}\cdot 5\cdot 10^{-2}} \approx 0{,}0003\,\frac{\text{м}}{\text{с}}. \quad (7)$$

Ця величина порівняно з $2{,}97\cdot 10^8$ м/с дуже мала і нею можна знехтувати. Таким чином, при русі електрона уздовж макротраєкторії невизначеність $\Delta\mathrm{v}_r$ ніякої ролі не відіграє (задачу можна розв'язувати класичними методами з урахуванням релятивістських поправок).

Приклад 3. Розглянемо рух електронів в атомі. Радіус атома $r \approx 5\cdot 10^{-11}$ м, а орбітальна швидкість $\mathrm{v} \approx 10^6$ м/с. Релятивістськими ефектами можна знехтувати, бо $\mathrm{v} << c$ ($c = 3\cdot 10^8$ м/с), а тому $m = m_0$.

Нехай невизначеність радіуса становить 1% радіуса орбіти електрона: $\Delta r = 0{,}01 r = 5\cdot 10^{-13}$ м.

Отже, $\Delta\mathrm{v}_r \approx \hbar/(m_0 \Delta r) = 2{,}2\cdot 10^8$ м/с (майже швидкість світла). Отже, ніякої мови про рух електрона уздовж орбіти вести не можна, бо швидкість його руху повністю невизначена, це свідчить про те, що співвідношення невизначеності в атомі працює.

Також ми пропонуємо низку задач олімпіадного курсу фізики, успіх розв'язування яких пов'язаний із доцільністю застосування для їх аналізу співвідношень невизначеностей [2].

Перевірити ефективність сформованих знань студентів про співвідношення невизначеностей виявляється можливим під час їх педагогічної практики у профільній загальноосвітній школі.

Висновки. В процесі організації навчання майбутніх вчителів фізики співвідношень невизначеностей у педагогічному університеті ми орієнтуємось, перш за все, на кінцевий результат, визначаючи основні його цілі, – навчальну, дидактичну, розвивальну і виховну, спрямовані на забезпечення діагностично поставленої мети, не позбавляючи себе можливості управлінням навчальною діяльністю майбутніх вчителів фізики. Тому комплексне представлення варіативних теоретичних підходів щодо застосування співвідношень невизначеностей у циклі дисциплін фундаментальної, природничо-наукової, професійної та практичної підготовки студентів на засадах дидактичних принципів наступності та циклічності навчання уможливлює формування у майбутніх вчителів фізики наукового світогляду та сучасних поглядів на фізичну картину світу. Разом з тим, аналіз методологічного аспекту фізики у її історичному розвитку вказує на її культурологічну цінність, освітній, виховний і розвивальний потенціал. Навчання фізики має формувати ціннісне відношення не лише до наукових відкриттів, але й до методу наукового пізнання, методам дослідження, до методології науки, що є перспективним напрямком наших подальших досліджень.

ЛІТЕРАТУРА (REFERENCES TRANSLATED AND TRANSLITERATED)

1. Блохинцев Д.И. Основы квантовой механики / Блохинцев Д.И. – М. : Наука, 1976. – 664 с.
Blohintsev D.I. Osnovyi kvantovoy mehaniki [Bases of Quantum Mechanics] / Blohintsev D.I. – M. : Nauka, 1976. – 664 s.
2. Вовкотруб В.П. Розв'язування олімпіад них задач з фізики / Вовкотруб В.П., Ковальов І.З., Подопригора Н.В. – Кіровоград : "Авангард", 2007. – 234 с.
Vovkotrub V.P. Rozv'yazuvannya olimpiadnyh zadach z fizyky [Uniting of Olympiads them tasks from physics] / V.P.Vovkotrub, Koval'ov I.Z., Podoprygora N.V. – Kirovograd : "Avangard", 2007. – 234 s.
3. Волчанський О.В. Термодинаміка і статистична фізика / Волчанський О.В., Подопригора Н.В., Гур'євська О.М. – Кіровоград : РВВ КДПУ ім. В. Винниченка, 2012. – 428 с.
Volchanskiy O.V. Termodynamika i statystychna fizyka [Thermodynamics and Statistical Physics] / Volchanskiy O.V., Podoprygora N.V., Gur'evs'ka O.M. – Kirovograd : RVV KDPU Im. V. Vinnychenka, 2012. – 428 s.
4. Галузеві стандарти вищої освіти. Педагогічна освіта. Педагогіка і методика середньої освіти. Фізика. – Частина ІІ. Освітньо-професійна програма підготовки бакалавра. – К. : НПУ ім. М.П. Драгоманова. – 2003. –74 с.
Galuzevi standarty vischoyi osvity [Industry standards of higher education]. Pedagogichna osvita. Pedagogika i metodyka sered--noyi osvity. Fizyka. – Chastyna II. Osvitno-profesiyna programa pidgotovky bakalavra. – K. : NPU Im. M.P. Dragomanova. – 2003. –74 s.
5. Гончаренко С.У. Фізика : Підруч. для 11 кл. серед. загальноосвіт. школи / С.У. Гончаренко. – К. : "Освіта", 2002. – 320 с.
Goncharenko S.U. Fizyka : Pidruch. dlya 11 kl. sered. zagalnoosvit. shkoly [Physics : is Textbook for a 11 class of high general school] / S.U. Goncharenko. – K. : "Osvita", 2002. – 320 s.
6. Ельяшевич М.А. Вклад Эйнштейна в развитие квантовых представлений // Академик М.А. Ельяшевич . Воспоминания учеников и современников, избранные статьи : (К 100 летию со дня рождения) : статьи / М.А. Ельяшевич. – Минск, 2008. – С. 140-198.
Elyashevich M.A. Vklad Eynshteyna v razvitie kvantovyih predstavleniy [Contribution of Einstein to development of quantum presentations] // Akademik M.A. Elyashevich. Vospominaniya uchenikov i sovremennikov, izbrannyie stati : (K 100 letiyu so dnya rozhdeniya) : stati / M.A. Elyashevich. – Minsk, 2008. – S. 140-198.
7. Кучерук І.М. Загальна фізика. Оптика. Квантова фізика / Кучерук М.І., Дущенко В.П. – К. : Вища шк., 1991. – 463 с.
Kucheruk I.M. Zagalna fizyka. Optika. Kvantova fizyka [General Physics. Optics. Quantum Physics] / Kucheruk M.I., Duschenko V.P. – K. : Vyscha shk., 1991. – 463 s.
8. Подопригора Н.В. Прикладна спрямованість вивчення співвідношення невизначеностей / Н.В. Подопригора, О. Мірошніченко // Наукові записки. Серія : Педагогічні науки. – 2005. – Вип. 60. – Ч. 1. – С. 276-283. – (КДПУ ім. В. Винниченка).
Podoprygora N.V. Prykladna spryamovanist' vivchennya spivvidnoshennya nevyznachenostey [Applied orientation of study of indeterminacy relation] / N.V. Podoprygora, O. Miroshnichenko // Naukovi zapysky. Seriya : Pedagogichni nauky. – 2005. – Vip. 60. – Ch. 1. – S. 276-283. – (KDPU Im. V. Vinnychenka).
9. Подопригора Н.В. Математичні методи фізики / Подопригора Н.В., Садовий М.І., Трифонова О.М. – Кіровоград : РВВ КДПУ ім. В. Винниченка, 2012. – 300 с.
Podopygora N.V. Matematychni metody fizyky [The Mathematical Methods of Physics] / Podoprygora N.V., Sadoviy M.I., Trifonova O.M. – Kirovograd : RVV KDPU im. V. Vinnychenka, 2012. – 300 s.
10. Подопригора Н.В. Фізика твердого тіла / Подопригора Н.В., Садовий М.І., Трифонова О.М. – Кіровоград : "Авангард", 2013. – 416 с.
Podoprygora N.V. Fizyka tverdogo tila [Solid State Physics] / Podoprygora N.V., Sadoviy M.I., Trifonova O.M. – Kirovograd : "Avangard", 2013. – 416 s.
11. Програма для загальноосвітніх навчальних закладів. Фізика 10-11 класи. Рівень стандарту. Академічний рівень. Профільний рівень. – К. : "Перун", 2010. – 64 с.
Programa dlya zagalnoosvitnih navchalnyh zakladiv [The program is for general educational establishments]. Fizyka 10-11 klasy. Riven' standartu. Akademichniy riven'. Profilniy riven'. – K. : "Perun", 2010. – 64 s.
12. Садовий М.І. Історія фізики з перших етапів становлення до початку XXI століття / Садовий М.І., Трифонова О.М. – Кіровоград : "Авангард", 2013. – 436 с.
Sadoviy M.I. Istoriya fizyky z pershyh etapiv stanovlennya do pochatku XXI stolittya [History of Physics is from the first stages of becoming to beginning of XXI of century] / Sadoviy M.I., Trifonova O.M. – Kirovograd : "Avangard", 2013. – 436 s.
13. Тарасов В.Е. Вывод соотношения неопределенностей для квантовых гамильтонових систем / В.Е. Тарасов // Московское научное образование – 2001. – № 10. – С. 3-6.
Tarasov V.E. Vyivod sootnosheniya neopredelennostey dlya kvantovyih gamiltonovih system [Conclusion of indeterminacy relation for the quantum of gamilton systems] / V.E. Tarasov // Moskovskoe nauchnoe obrazovanie – 2001. – № 10. – S. 3-6.
14. Фон Нейман Дж. Математические основы квантовой механики / Джон фон Нейман. – М. : Наука, 1964. – 367 с.
Fon Neyman Dzh. Matematicheskie osnovyi kvantovoy mehaniki [Mathematical bases of Quantum Mechanics] / Dzhon fon Neyman. – M. : Nauka, 1964. – 367 s.
15. Heisenberg, W. Über den anschaulichen Inhalt der quantentheoretischen Kinematik und Mechanik // Zeitschrift für Physik. – 1927. – Vol. 43, Issue 3-4. – P. 172-198.
16. Podoprygora N. Organization and realization of the experimental cycle of scientific cognition at Physics study // Lat. Am. J. Phys. Educ. – 2014. – Vol. 8. – No. 1. – P. 13-21. – (http://www.lajpe.org).

Podoprygora N.V.

Complex presentation of indeterminacy relation at educating of future physics teachers

The article is dedicated to the variant of complex presentation of indeterminacy relation, based on principles of sequence and recurrence of educating of physics in a pedagogical university. The variantness of methods of introduction of indeterminacy relation allows using them for implementation of quantitative estimations of the phenomena of microscopic displays, to compare corpuscular and wave properties of microparticless, to hallmark possibility of applicability to them concepts of classic mechanics.

***Keywords**: indeterminacy relation, variantness of theoretical description, the physics teacher education, pedagogical university*

Подопригора Н.В.

Комплексная презентация соотношений неопределенностей при подготовке будущих учителей физики

В статье предложен вариант комплексного представления соотношений неопределенности, основанный на принципах последовательности и цикличности обучения физике в педагогическом университете. Вариативность методов введения соотношений неопределенности позволяет использовать их для выполнения количественных оценок явлений микромира, сопоставлять корпускулярные и волновые свойств микрочастиц, устанавливать критерии возможности применимости к ним понятий классической механики.

***Ключевые слова**: соотношения неопределенностей, вариативность теоретического описания, обучение учителя физики, педагогический университет*