

Милушева-Бойкина Добринка Василева¹, Милушев Васил Борисов²
Дейността „съставяне” на математически задачи

¹ Милушева-Бойкина Добринка Василева, доктор, главен асистент

² Милушев Васил Борисов, доктор на педагогическите науки, професор,
Пловдивски университет „Паисий Хилендарски”
Пловдив, България

Резюме: В статията се обосновава необходимостта да се изследва в теоретичен план дейността съставяне на математически задачи (по аналогия с основната дейност в обучението по математика – решаването на задачи). За целта се разглеждат мненията на редица учени, водещи в областта на методиката на обучението по математика в България и чужбина. Извършен е анализ на доста цитирани публикации, в резултат на който са направени съответни изводи. Те потвърждават актуалността на темата – конструирането на задачи се явява подходяща дейност при обучението в решаване на математически задачи. В тези публикации са констатирани непълноти и недостатъчно целенасочени изследвания върху следните два аспекта на проблема: първо, същностните и конструктивни характеристики на самата дейност съставяне на учебни математически задачи; второ, нейните функционални характеристики и по-специално онези от тях, които пряко се отнасят до *усъвършенстване на методиката на обучаване в решаване на задачи*. Всичко това налага регулярно изследване (от гледна точка на актуални теоретични аспекти) на **дейността съставяне на математически задачи** (ДСМЗ). Основната цел на настоящата статия е изследване на тази дейност с оглед разкриване, допълване и систематизиране на нейните същностни и функционални характеристики. В резултат на проведеното изследване е изграден модел на съдържанието на дейността ДСМЗ, който е представен и схематично. На схемата са показани и връзките между нейните етапи и подетапи, поради което моделът представя и структурата на ДСМЗ.

Ключови думи: задача, модел, дейността съставяне на математически задачи.

Актуалност на проблема. Известно е, че в обучението по математика основна дейност е решаването на задачи. Редица автори (Д. Пойа [16], К. Славов [21], И. Ганчев [2], С. Гроздев [27], И. Шаригин [25], Л. Фридман [23], П. Ердниев, Б. Ердниев [26], В. Рыжик [19], Дж. Килпатрик [5], Л. Портев [17], А. Моллов [11], Д. Милушева-Бойкина [7] и др.) обосновават в своите изследвания и тезата, че съставянето на задачи има важно значение за усъвършенстване на уменията на учениците за решаване на задачи.

Докато решаването на задача, най-общо казано, е „комбиниране на условия, произтичащи от структурните елементи на задачата, свързване на тези условия в дедуктивна система и получаване на търсения резултат, т.е. конструиране на решение” (Гроздев [27, 85]), то при съставяне на задача, макар че се реализират аналогични етапи, има „възможност за свободно избиране на структурните елементи и пътищата за тяхното съчетаване. Следователно правенето на задачи може да се разглежда като подходяща дейност в обучението за решаване на задачи” [пак там].

Анализ на основни публикации. Един от първите автори на идеята учещите да съставят задачи е Д. Пойа, който в [16] посочва, че „математическият опит на ученика не бива да се счита пълен, ако той никога не е имал възможност да реши задача, измислена от самия него”. Той посочва, например, че понякога вместо да се решава дадена конкретна задача, която е трудна

за „атакуване”, е по-добре да се формулира нейно обобщение, т.е. нова задача, която се решава по-лесно, или да се измени конкретна задача чрез аналогия, специализация и пр.

Ив. Ганчев дава идея за съставяне на задачи, еквивалентни на дадена изходна задача, чрез прилагане на тъй нар. „логически алжебър” [2], в резултат на което чрез решаването им, от една страна, се затвърдяват определени теоретични знания, а от друга – се развиват умения за прилагане на метода на отрицанието. Тази негова идея е намерила реализация в [1].

При изследване на въпроса за изграждане на умения за изпълнение на тъй нар. елементарни действия, влизащи в дейността решаване на сложни задачи, Л.М. Фридман [23] посочва, че е необходимо да се обучават учениците на особен вид учебна дейност – самостоятелно съставяне на различни математически задачи, защото тя „спомога за най-добро изясняване на самите задачи, тяхната структура и механизма за решаване”.

Привърженици на идеята да се обучават учениците на методи за съставяне на задачи са П.М. Ердниев и Б.П. Ердниев [26]. В резултат на изследване на въпроса за паралелното изучаване на взаимно-свързаните операции и математически обекти, те създават нова методическа теория, която се базира на т.н. „окупнени дидактически единици”. В тази теория съставянето на учебни математически задачи се разглежда като съставна част на окупненото упражнение, осъще-

ствявано в един урок. Авторите поставят акцент върху съставянето на „обратна“ задача, след като вече е решена дадена „готова“ задача, както и върху съставянето на аналогични или обобщени задачи от нея. Като изследват особеностите на решаването на взаимно обратните задачи, Ердниеви правят извод, че „ценни за развитието на мисленето са не правите и обратните задачи, взети като такива сами за себе си; най-важния познавателен елемент тук се заключава в процеса на преобразуване на едната задача в другата, т.е. в онези „невидими“ и трудно уловими при логическия анализ елементи на мисълта, които свързват процесите на решаване на двете задачи“ [26, 49]. Ето защо умението да се реши дадена задача, да се съставят и решат нейни обратни задачи може да се разглежда като важен критерий за оценяване достигнатата от ученика дълбочина на разбиране на изучавания материал, като подходящо средство за обучаване в решаване на задачи, като критерий за равнището на неговото творческо мислене.

Основавайки се на системния подход, В. Рыжик [19] споделя своя опит относно съставяне на цели сборници от задачи към конкретни учебници по математика за средното училище в Русия, при което посочва акцентите при работата над задачата след получаване на нейния отговор, а именно: получаване на следствия, обобщения и пр..

В цитираните дотук публикации липсват пълни и целенасочени изследвания върху два аспекта на проблема: първо, същностните и конструктивни характеристики на самата дейност съставяне на учебни математически задачи; второ, нейните функционални характеристики и поспециално онези от тях, които пряко се отнасят до *усъвършенстване методиката на обучаване в решаване на задачи*. По-целеево и задълбочено изследва първия аспект А. Моллов в дисертационния си труд [11]. Той е насочен към систематизиране, разширяване и обогатяване на известните до този момент идеи за съставяне на задачи и системи от задачи, свързани с отделни теми от училищния курс по математика, отнасящи се предимно за V–VII кл. В това изследване се забелязва напредък в теоретичен аспект по отношение на някои идеи и методи за съставяне, като: аналогия, обобщение и специализация, субституции, използване на взаимно-обратни понятия.

През 1996 г. Л. Портев [17] поставя въпроса за обучение на студентите-бъдещи учители по математика в съставяне на задачи. Той организира и провежда избираема дисциплина „Методи за съставяне на математически задачи“. Авторът посочва, че умението на учителя по ма-

тематика да съставя задачи е проява на професионализъм на по-високо ниво. Той издига (пред своите докторанти) редица проблеми, свързани с обучението на студенти, учители и ученици в съставяне на задачи. Основните от тях са:

„а) място и значение на съставянето на задачи при обучението на учители по математика във ВУЗ;

б) систематизиране на методи за съставяне на задачи;

в) значение и методика на съставяне на задачи при обучението на учители по математика във ВУЗ;

г) автоматизиране на някои технологии при съставяне на задачи;

д) изследване на взаимовръзки между уменията за решаване и уменията за съставяне на задачи;

е) изследване на взаимовръзки между умението да се съставят задачи и качеството на професионална реализация на учители по математика“ [17, 33].

Част от тези проблеми са изследвани от нас в [6], [7], [28]. В тях акцентът е поставен върху систематизирането на основните методи за съставяне на задачи за училищния курс по математика и най-вече върху методиката на обучение на студенти-бъдещи учители по математика в тази дейност.

Отделни публикации върху различни аспекти на дейността съставяне на задачи са разработени и от други автори (по азбучен ред на фамилияте): Г.В. Дорофеев [1], Д. Изворска, Ив. Иванов, Сл. Славова [4], В. Милушев, Д. Френкев [9], [10], [22], М. Найденов [12], А. Павлова [13], Ю.Палант, Е. Скафа [14], П. Петров, Д. Милушева-Бойкина [15], Е. Скафа, В. Милушев [20], А. Я Цукаръ [24] и др.

От проучването на разнообразната тематика на цитираните публикации може да се направи извод, че конструирането на задачи може да се разглежда като подходяща дейност в обучението за решаване на математически задачи. „Учениците, които имат опит в създаване и решаване на собствени задачи, свързани с определена ситуация, се справят значително по-добре с математически тестове и критериални задачи, отколкото другите ученици, които само решават готови задачи от учебниците“ (Дж. Килпатрик [5, 12]). Освен това умението за съставяне на задачи е особено необходимо на действащите учители по математика, както и на студентите – бъдещи учители, мисията на които е да усъвършенстват методиката на това обучение. Тези и някои други обстоятелства обосновават необходимостта от регулярно изследване (от гледна точка на актуални

теоретични аспекти) на дейността съставяне на математически задачи (ДСМЗ).

В следващото изложение си поставяме за цел да систематизираме и допълним отделните характеристики на ДСМЗ – същност, съдържание, структура, да представим модел на тази дейност, да я анализираме от определени позиции и др.

Същност и модел на дейността съставяне на математически задачи.

За изясняване на същността на ДСМЗ приемаме, че предметът-задача е знаков модел на ситуация (Л. М. Фридман [23]) с неизвестни за субекта елементи, които той има желание, воля и средства да открие. По-конкретно задачата е система, състояща се от: знаков модел на нестационарна (проблемна или задачна) ситуация, мотиви и подсистема от средства, с помощта на които субектът я превръща в стационарна ситуация (по Ю. Колягин). Ще отбележим, че термините проблемна и задачна ситуация тук се разглеждат като синоними на нестационарна ситуация. Вместо последната, обаче, ще използваме и наложилият се в теорията и практиката термин проблемна ситуация.

Въз основа на посоченото до тук, като се основаваме на първоначалното работно определение за ДСМЗ в [7, 18] и, използвайки аналогия с дейността решаване на задачи от [8] и рефлексията от собствения си опит, тук го представяме по следния начин:

Дейността съставяне на математическа задача (като предмет) е дейност по усвояване на възникнали нестационарни ситуации, съставяне на техни знакови модели и изследването им.

Това определение е операционално и дава насока какво и как да се изследва. Въз основа на него допълваме и обогатяваме в съдържателно отношение представения в [7, 18-19] макромодел на дейността съставяне на задачи.

Модел на съдържанието на ДСМЗ

1. Възникване на нестационарни ситуации и тяхното усвояване.

1.1. Избиране от учителя на подходяща:

1.1.1. реална ситуация или нейно описание, изследването на която от учениците води до конструиране на математически модели (съставяне на математически задачи);

1.1.2. базова задача, която може да бъде източник на съдържателни в дидактическо и математическо отношение задачи.

1.2. Актуализиране и разширяване знанията на учещите за същността и структурата на математическите задачи, както и онези математически знания, чието прилагането е необходимо при изследването на ситуацията или

базовата задача, при съставянето на съответните задачи и при тяхното решаване.

1.3. Представяне, разглеждане, разбиране, самостоятелно словесно описание, езиково моделиране и усвояване на: реална ситуация или нейното описание, респ. базовата задача.

1.4. Организиране на възникване и осмисляне на проблемността от разглеждането на реална ситуация или базова задача, въз основа на популярни начини и средства за проблематизиране на ситуации (виж например [18, 53-77]).

1.4.1. При разглеждане на реална ситуация – осъзнаване на затруднения, на преграда в математическата дейност на субекта, начините за преодоляване на които той иска да намери;

1.4.2. При разглеждане на базова задача – възникване на проблеми, свързани с: търсене на евристични прийоми, включващи съставяне на други задачи; възможности за съставяне на оригинални задачи; обогатяване на собствения опит за решаване на по-широк клас задачи, аналогични на базовата или намиращи се в друга определена връзка с нея и т.н., при което учещите възприемат проблемите като предизвикателство към математическите си способности.

1.5. Разграничаване и обособяване (чрез описание – словесно или символно) на възникналите ситуации, които могат да бъдат източници на математически задачи.

2. Съставяне знакови модели на възникналите нестационарни ситуации.

2.1. При изследване на реална ситуация или нейно описание:

2.1.1. класифициране на елементите на ситуацията, кореспондиращи с актуалната потребност, на: известни; неизвестни, които могат да бъдат намерени непосредствено; неизвестни, които не могат директно да бъдат намерени; неизвестни, които трябва да бъдат намерени във връзка с решаването на възникналите проблеми; и др.

2.1.2. конструиране на информационни структурни компоненти чрез моделиране на съответните групи известни елементи, а също и на елементите, които трябва да бъдат намерени.

2.1.3. Синтезиране на обособените структурни компоненти в конкретна нова математическа задача.

2.2. При изследване на базова задача:

2.2.1. Избиране на основание за съставяне на други задачи:

2.2.1.1. в процеса на *съставяне на план* за решаване – преобразуване на задачата с евристични цели или разлагане на задачата на подзадачи, решенията на които са по-достъпни и

същевременно подпомагат търсенето на решения на изходната задача.

2.2.1.2. в етапа „*Поглед назад*” – обобщаване на задачата или специализиране; съставяне на еквивалентна на нея задача, на аналогична задача и т.н. с определена дидактическа цел; или съставяне и решаване на обратни задачи, еквивалентно преформулирани задачи, допускащи решаване с помощта на други математически средства и т.н. с цел постигане правилно решение на изходната задача.

2.2.2. Избиране на способ, метод и средство за съставяне на нови учебни математически задачи.

2.2.3. Прилагане на избрания метод за съставяне на множество от задачи.

3. Изследване на съставените задачи.

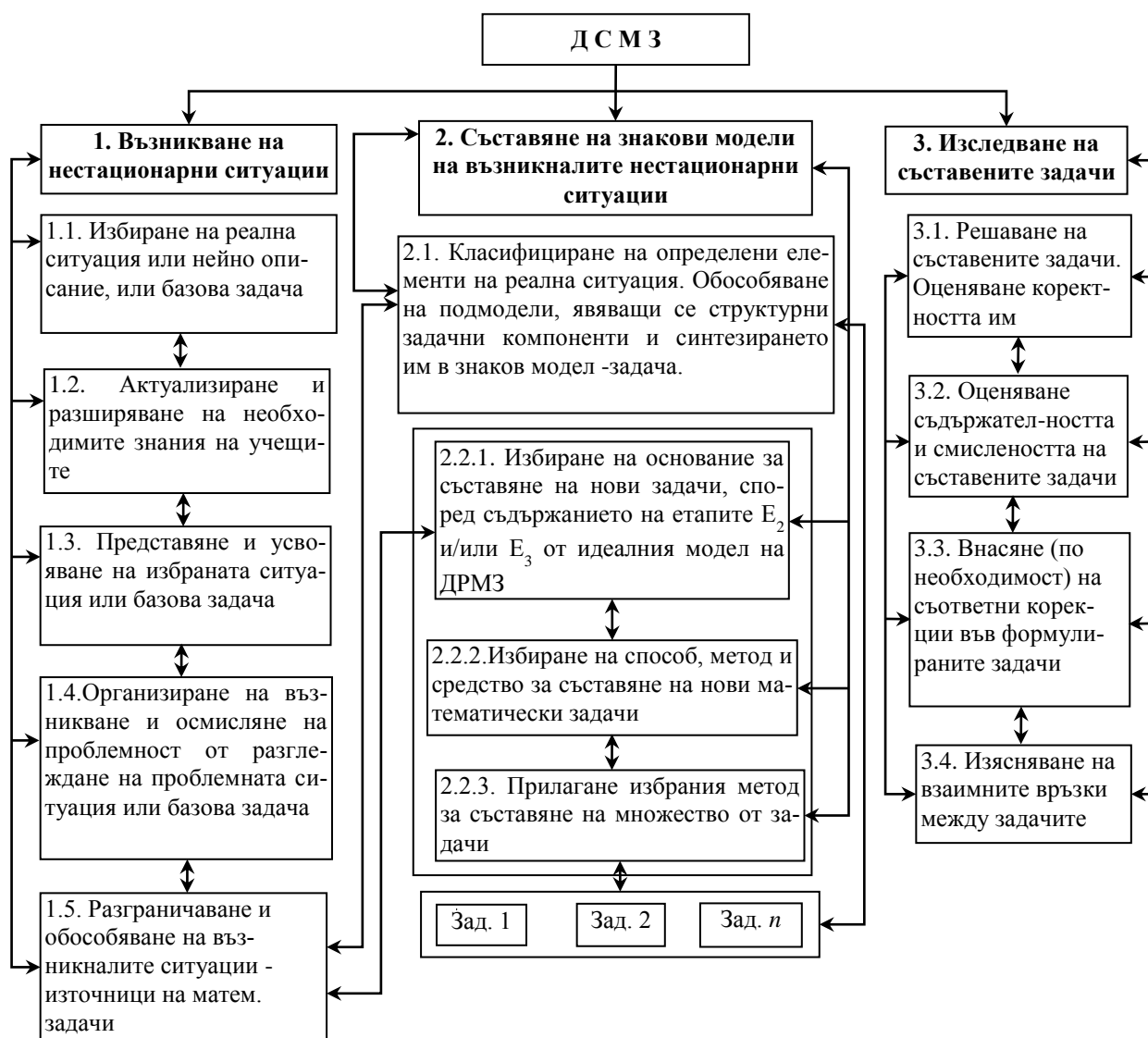
3.1. Решаване на съставените задачи въз основа на усвоената теория. Оценяване на коректността (в логически и математически аспект) на всяка от съставените задачи.

3.2. Оценяване на съдържателността и смислеността на съставените учебни математически задачи по определени критерии.

3.3. Внасяне, по необходимост, на съответни корекции в съставените учебни математически задачи.

3.4. Изясняване на взаимните връзки в множеството от базовата и съставените задачи.

Този модел на съдържанието на ДСМЗ е целесъобразно да се представи схематично чрез фиг. 1, в която са изявени връзките между отделните компоненти на тази дейност, поради което схемата се явява и **модел на структурата на ДСМЗ**.



Фиг. 1. Модел на съдържанието и структурата на ДСМЗ

Освен определението на Л.М. Фридман [23] за понятието задача, ще отбележим накратко и някои други основания за конструирането на

този модел на съдържанието и структурата на ДСМЗ (който наричаме по-кратко модел на ДСМЗ).

Изискването за актуализиране и разширяване на знанията на учещите за същността и структурата на математическите задачи, както и необходимите знания по математика в подетап 1.1. е в съответствие както с предположението на Л. М. Фридман [23], че съставянето на задачи изисква умения да се вниква в същността на задачата, абстрахиране от предишните задачи, разглеждане на задачите като свързани в групи, а също така и с факта, че колкото повече математически знания имат учещите, толкова са по-големи техните възможности не само за решаване, а и за съставяне на задачи. Математическите знания и способности на учениците са изключително важни, тъй като те са основно средство за детайлизиране на ситуацията и осъществяване на математическо моделиране на нейни елементи или групи елементи.

Подетап 1.2. е подчинен на обстоятелството, че самото обособяване и представяне на всяка проблемна ситуация определя какви именно

задачи могат да се извлекат от нея, както и кои от тях да се решат.

За мотивиране на учещите да осъществяват комплексни дейности, включващи решаване, съставяне и изследване на задачи, трябва непрекъснато да се изтъква голямото значение от придобиването от тях на опит в създаване и решаване на собствени задачи, за да се справят по-добре с математическите критериални задачи.

Тъй като, в сравнение с модела на ДСМЗ в [7], в представения тук модел има нови етапи и подетапи и значително е обогатено съдържанието на някои от тях, то се налага допълнително да бъде детайлизиран горният модел от различни теоретични гледни точки. Това ще бъде направено в друга публикация, поради ограничения тук обем.

Благодарност. Изследванията са направени с финансовото съдействие на фонд „НИ” при ПУ «Паисий Хилендарски». Договор на проект НИ13ФМИ-002/19.03.2013

ЛИТЕРАТУРА

1. Бойкина, Д. В. Складанния математичних задач методом „звернення”. // В науковий журнал: Педагогічні науки: теорія, історія, інноваційні технології. – №2 (28). – Суми, СумДПУ імені А.С.Макаренка. – 2013. – С. 27-36.
2. Ганчев, Ив. Основни учебни дейности в урока по математика (синтез на резултати от различни изследвания). – С.: Модул-96”. – 1999. – 198 с.
3. Дорофеев, Г. В. О составлении циклов взаимосвязанных задач. // Математика в школе. – 1983. – № 6. – С. 34-39.
4. Изворска, Д., Ив. Иванов, Сл. Славова. Върху съставянето на учебни математически задачи на базата на компонента цел; Върху съставянето на учебни математически задачи на базата на компонента условие. // Научна конференция на ТУ – Габрово. –1995. – С. 7-10; – С. 11-17.
5. Килпатрик, Дж. От къде идват хубавите задачи? // Обучението по математика и информатика. – 1993. – № 5. – С. 2-13.
6. Милушева-Бойкина, Д. В. Анализ на дейността при съставянето на математически задачи. // Научни трудове на ПУ „Паисий Хилендарски”. – т.36. – кн. 2. – Методика на обучението. – 1999. – С. 95-100.
7. Милушева-Бойкина, Д. В. Дейността съставяне на задачи и обучаване студентите на някои методи за съставяне на задачи от училищния курс по математика. Автореферат. – С. – 2000.
8. Милушев, В., Д. Бойкина. О методике решения задач школьного курса математики. // В журнал: Вісник Черкаського університету ім. Богдана Хмельницького, Серія Педагогічні науки. – Випуск № 8 (261). – Черкаси. – 2013. – С. 95-107.
9. Милушев, В., Д. Френкев. Дейности, свързани със съставяне на дидактически системи задачи от определени видове. // В: Научни трудове на ПУ „Паисий Хилендарски”. – т. 42. – кн. 2. – Методика на обучението. – 2005. – С. 49-60.
10. Милушев, В., Д. Френкев. Модели для решения и продуцирования геометрических задач на обнаруживание свойств. // В зборник матеріялау міжнародной наукової конференції „Матэматычная адукацыя: сучасны стан і перспектывы”, МГУ, Могилев, Беларусь. – 2004. – С. 22-28, (Пленарен доклад по покана).
11. Моллов, А. Някои идеи за съставяне на задачи и системи от такива, свързани с училищния курс по математика. Автореферат. – С. – 1987.
12. Найденов, М. Н. Някои основни дейности при изследване и съставяне на математически задачи. // Математика и математическо образование. – С.: Изд. на БАН. – 2007. – С. 387-391.
13. Павлова, А. Как една задача поражда втора, трета ... // Математика. – 1993. – № 4. – С. 37-41.
14. Палант, Ю. А., Е. И. Скафа. Творческая деятельность учащихся по конструированию задач. // Евристики и дидактика точных наук. – Донецк: Изд. ДонНУ. – 1993. – Вып. 1. – С. 4-7.
15. Петров, П. Д., Д. В. Милушева-Бойкина. Относно уменията за решаване и съставяне на математически задачи. // Научни трудове на ПУ „Паисий Хилендарски”. – том 37. – кн. 2. – Методика на обучението. – 2000. – С. 17-23.
16. Пойа, Д. Математика и правдоподобные рассуждения. – Пер. с англ. И.А. Вайнштейна. – 2 изд. – М.: „Наука”. – 1975. – 576 с.
17. Портев, Л. Някои аспекти на творчеството в обучението по математика. // В: “Юбилейна научна конференция - 25 години ШУ”, Математика и информатика II. – Шумен. – 1998. – С. 28-34.
18. Портев, Л., В. Милушев, Н. Николов, Р. Маврова. Проблемност при обучението по математика.

- (монография). – С.: „Народна просвета”. – 1983. – 124 с.
19. Рыжик, В. И. Как сделать задачник. Санкт-Петербург. – 1995. – 56 с.
20. Скафа, Е., В. Милушев. Конструирани на учебно-познавателна евристична дейност по решаване на математически задачи. – Пловдив: УИ „Паисий Хилендарски”. – 2009. – 332 с.
21. Славов, К., Сл. Славова, Е. Йонова. Приложение на параметризацията на множества при съставяне на задачи за триъгълник. // Годишник на ШУ /СДК/. – Шумен. – 1996.
22. Френкев, Д. Г., В. Б. Милушев. Подход за съставяне и решаване на задачи за откриване на геометрични свойства на фигури. // Научни трудове на ПУ “Паисий Хилендарски”. – том 40. – кн. 2. – Методика на обучението. – 2003. – С.55-62.
23. Фридман, Л. М. Теоретические основы методики обучения математике. (Пособие для учителей, методистов и педагогических высших учебных заведений). – Московский психо-социальный институт. – М.: Изд. “Флинта”. – 1998. – 220 с.
24. Цукар, А. Я. Дополнительная работа над задачей. // Математика в школе. – 1982. – №1. – С. 42-44.
25. Шаригин, И. Как се раждат задачите. // Обучението по математика и информатика. – 1992. – № 5. – С. 7 – 12; – № 6. – С. 7-14.
26. Эрдниев, П. М., Б. П. Эрдниев. Укрупнение дидактических единиц в обучении математике. Книга для учителя. – М.: „Просвещение”. – 1986. – 225 с.
27. Grozdev, S. For High Achievements in Mathematics. The Bulgarian Experience (Theory and Practice). – Sofia. – 2007. – 295 p.
28. Millousheva-Boikina, D., V. Milloushev, L. Portev. Some Methods for Creating Mathematical Problems for Secondary School. // В сб.: “Математическое образование: современное состояние и перспективы” (тезисы докладов международной конференции). – Могилев. – 1999. – С. 80-82, (Пленарен доклад).

Millousheva-Boykina Dobrinka Vassileva, PhD & Milloushev Vassil Borisov, DSc.

The Activity of “creating” mathematical problems.

Abstract: In the paper is motivated the necessity to study the activity of creating mathematical problems in theoretical plan (with the analogy to the main activity in the education in Mathematics – solving problems). For this purpose there are presented the views of a number of scientists specified in the field of methodics of education in Mathematics in Bulgaria and abroad. An analysis of a lot of cited publications is made, as a result of which there are made appropriated conclusions. In these conclusions is presented the actually of the topic – the construction of mathematical problems is a suitable activity in education in solving problems, moreover a lack of full and targeted investigations on the following two aspects of the problem is found in these publications: first, essential and structural characteristics of the activity of creating of educational math problems; second, its functional characteristics and in particular those of them which refer directly to *the mastering the methodics of education in solving problems*. All this requires regular study (in terms of current theoretical aspects) of **the activity of creating mathematical problems** (ACMP). The main purpose of this paper is the study of this activity in order to make a detection, complementarity and systematization of its basic and functional characteristics. As a result of this study is constructed a model of the content of the activity of ACMP, which is presented schematically. The scheme reviews also the relations between its stages and sub-stages, so that the model represents the structure of the ACMP.

Keywords: problem, model, the activity of creating mathematical problems.

Милушева-Бойкина Добринка Василева, Милушев Васил Борисов.

Деятельность „составление” математических задач

Аннотация: В статье обоснована необходимость исследовать в теоретическом плане деятельность „составление” математических задач (по аналогии с основной деятельностью в обучении математике – „решение” задач). Для этой цели рассмотрены мнения ряд ведущих ученых в области методики обучения математике в Болгарии и за рубежом. Сделан анализ множества цитируемых публикаций, в результате которого сформулированы соответствующие выводы. Они подтверждают актуальность темы – конструирование задач является подходящей деятельностью при обучении в решении математических задач. В публикациях констатированы неполнота и недостаточна целенаправленность исследований по отношению следующих двух аспектов проблемы: во первых, сущностных и конструктивных характеристик деятельности составления учебных математических задач; во вторых, ее функциональных характеристик и более специально тех из них, которые прямо связаны с *совершенствованием методики обучения решению задач*. Все это наладывает необходимость регулярного исследования (с точки зрения актуальных теоретических аспектов) **деятельности составления математических задач** (ДСМЗ). Основная цель настоящей статьи – исследование этой деятельности, направленное на раскрытие, дополнение и систематизирование ее сущностных и функциональных характеристик. В результате проведенного исследования авторами построена модель содержания деятельности ДСМЗ, которая представлена и схематично. На схеме указаны и связи между ее этапами и подэтапами, ради которого эта модель представляет и структуру ДСМЗ.

Ключевые слова: задача, модель, деятельность составления математических задач