Способи нормалізації інтерферограми білого світла для реконструкції профілю поверхні

Б.І. Стадник, А.В. Хома*

Національний університет "Львівська політехніка", м. Львів, Україна *Corresponding author. E-mail: avkhoma@gmail.com

Paper received 22.05.15; Accepted for publication 30.06.15.

Анотація. У статті показано можливість підвищення точності реконструкції профілю поверхні шляхом нормалізації інтерферограми білого світла. Для проведення нормалізації необхідно визначити огинаючу сигналу інтенсивності. Розроблено два способи оцінювання огинаючої. Метрологічні властивості запропонованих способів досліджувалася шляхом моделювання інтерферограми для похилої та сферичної поверхонь.

Ключові слова: інтерферометрія білого світла, математична модель інтерферограми, несуча та огинаюча сигналу інтенсивності, нормалізація інтерферограми, реконструкція профілю поверхні, зведена похибка реконструкції.

Вступ. Інтерферометричні безконтактні вимірювання тривимірної форми або профілю об'єкта є важливим у багатьох сферах, зокрема у медицині, експрес контролі форми деталей, при реконструкції топології складних поверхонь [1]. З урахуванням досягнення комп'ютерних технологій відкривається можливість автоматизації процесу вимірювання та опрацювання інтерферограм. Це спрощує використання цієї технології, розширює сфери її застосування завдяки підвищенню ефективності та можливості опрацювання в реальному часі [2, 3]. Т

У задачах дослідження поверхні інтерферометрія білого світла має низку переваг, зокрема забезпечує можливість реконструкції сходинчастих поверхонь та поверхонь зі значною кривизною [4, 5]. Проте, порівняно із класичною монохроматичною інтерферометрією реконструкція є складнішою, через наявність амплітудної модуляції [5].

На цей час існує багато методів опрацювання інтерферограми білого світла, зокрема визначення максимальної інтенсивності інтерферограми, прямої фазової демодуляції, фазового зсуву, відстеження смуг [6, 7, 8, 9]. Але ефективність цих методів знижується під час реконструкції складних поверхонь (нелінійний, змінний в часі профіль) [3]. Тому актуальним є розроблення нових підходів, які забезпечують покращення метрологічних властивостей методів реконструкції поверхні та є ефективними в реалізації.

Зміст інтерферометрії білого світла та математична модель інтерферограми. Оптична інтерферометрія є безконтактним методом визначення профілю поверхні, в основі якого лежить явище інтерференції [4]. У класичному варіанті до складу інтерферометра входить джерело світла, світлодільник, опорне дзеркало, досліджувана поверхня та екран [4]. Світлова хвиля від джерела світла розділюється світлодільником на дві хвилі, що прямують до опорного дзеркала та досліджуваної поверхні відповідно. Інтерферометрична картина спостерігається на екрані в результаті накладання хвиль, що відбилися від відповідних поверхонь. Підси-де *I_{norm}* – нормований сигнал інтенсивності; *I*(*T*) – сигнал лення та послаблення результуючої хвилі спостеріга-

У загальному випадку математична модель інтерферограми білого світла має вигляд [10]:

$$I(T) = I_0 + E(T) \cdot C(T) \tag{1,a}$$

$$E(T) = I_M \cdot \exp\left(\frac{4 \cdot \Delta \lambda^2 \cdot T^2}{\lambda_0^4}\right)$$
 (огинаюча) (1,б)

$$C(T) = \cos\left(\frac{4 \cdot \pi}{\lambda_0} \cdot T\right)$$
 (несуча) (1,c)

де I₀ і I_M – відповідно стала складова та амплітуда огинаючої сигналу інтенсивності інтерферограми; – оптична різниця ходу; λ_0 і $\Delta\lambda$ – центральна довжина

хвилі та ширина спектру джерела світла.

Завдання реконструкції полягає у визначенні із сигналу інтенсивності інтерферограми оптичної різниці ходу Т, що пропорційна висоті h (профілю) досліджуваної поверхні у кожній її точці:

$$h = \frac{T}{v}$$

де v – коефіцієнт заломлення середовища.

Як видно із рівняння (1), інформативний параметр - оптична різниця ходу Т входить одночасно до виразів огинаючої та несучої. Однак, у разі фазової демодуляції несучої можна досягти вищої чутливості, ніж за амплітудної демодуляції огинаючої. Крім того, частота чи фаза, як інформативний параметр, є стійкішим до впливу завад та шумів. Тому параметр Т доцільно визначати із фази несучої інтерферограми.

Нормалізація у контексті реконструкції профілю поверхні. Наявність у інтерферограмі білого світла огинаючої *E*(*T*), що описується функцією Гауса ускладнює завдання реконструкції профілю поверхні. Для забезпечення інваріантності результатів реконструкції до впливу огинаючої можна застосувати нормалізацію інтерферограми. Суть цього підходу полягає у визначенні форми огинаючої і нормуванні інтерферограми за формулою:

$$I_{norm} = \frac{I(T)}{\tilde{E}(T)} \approx \cos\left(\frac{4 \cdot \pi}{\lambda} \cdot T\right)$$
(2)

інтерферограми (без сталої складової);

ється через оптичну різницю ходу світлових променів. $\vec{E}(T)$ – оцінка функції огинаючої.

Після унормування інтерферограми оптичну різницю ходу Т можна визначити за формулою:

$$T = \frac{\lambda}{4 \cdot \pi} \cdot \arccos(I_{norm}) \tag{3}$$

Отже реконструкція профілю поверхні з використанням нормалізації інтерферограми білого світла передбачає виконання таких кроків:

- завантаження даних інтерферограми і параметрів інтерферометра;
- вилучення сталої складової *I*₀;
- визначення огинаючої $\tilde{E}(T)$ інтерферограми;
- нормування сигналу інтенсивності за формулою (2);
- обчислення фази унормованого сигналу інтерферограми на основі функції арккосинус за формулою (3);
- візуалізація реконструйованої поверхні.

Перші чотири кроки стосуються безпосередньо нормалізації. Ключовим у цьому є визначення оцінки огинаючої, яке можна здійснити різними способами. У роботі розглянуто два способи визначення огинаючої сигналу – на основі перетворення Гільберта та інтерполяції. Реалізація та дослідження точності реконструкції профілю поверхні із використанням зазначених способів визначення оцінки огинаючої проводилися у програмному пакеті МАТLAB. Методика дослідження передбачала формування даних інтерферограми білого світла на основі математичної моделі (1) та подальшу реконструкцію за описаним алгоритмом. Для глибшого дослідження ефективності обох способів визначення $\tilde{E}(T)$ було сформовано одновимірну модель інтерферограми (один рядок) для лінійної (похилої) та нелінійної (сферичної) поверхонь (рис. 1).

На рис. 2 наведено вигляд сигналів інтенсивності інтерферограми відповідно для похилої та сферичної поверхонь. Для формування інтерферограми обрано джерело світла із центральною довжиною хвилі - λ_0 = 620 нм та відхиленням довжин хвиль (ширина спектру) - $\Delta \lambda$ = 62 нм.





Рис. 2. Сигнал інтерферограми (—) та його огинаюча (---) для похилої (а) та сферичної (б) поверхонь

Метрологічне оцінювання способів визначення огинаючої здійснювалося шляхом обчислення середньоквадратичної зведеної похибки:

$$\sigma_{env} = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{N} (\tilde{E}_i(T) - E_i(T))^2}}{N \cdot \max[E(T)]} \cdot 100\%$$
(4)

де E_i та \tilde{E}_i – значення огинаючої та її оцінки у точці i; N – кількість вибірок.

Для оцінювання точності реконструкції обчислювалися зведена та середньоквадратична зведена похибки за виразами:

$$\gamma(T) = \frac{\left|T_{rec} - T_{origin}\right|}{\max(T_{origin}) - \min(T_{origin})} \cdot 100\%$$
(5)

$$\sigma = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{N} \left[T_{rec}(i) - T_{origin}(i) \right]^2}}{N \cdot \left[\max(T_{origin}) - \min(T_{origin}) \right]} \cdot 100\%$$
(6)

де T_{rec} (*i*) – висота реконструйованої поверхні у точці *i*; T_{origin} (*i*) – висота оригінальної поверхні у точці *i*; N– кількість вибірок. Визначення огинаючої за допомогою перетворення Гільберта. Огинаюча сигналу інтерферограми може бути визначена з допомогою перетворення Гільберта [11]. Перетворення Гільберта для деякого дійсного сигналу забезпечує формування його «квадратурного еквівалента» [12]. Іншими словами перетворення Гільберта здійснює фазовий зсув на 90° кожної гармоніки, наявної у спектрі дійсного сигналу.

Для сигналу інтерферограми

$$I(T) = E(T) \cdot \cos\left(\frac{4 \cdot \pi}{\lambda} \cdot T\right) = E(T) \cdot \cos(\beta \cdot T)$$

перетворення Гільберта формує відповідний квадратурний сигнал $I_{\perp}(T) = E(T) \cdot \sin(\beta \cdot T)$. Тоді оцінку огинаючої $\tilde{E}(T)$ сигналу I(T) можна обчислити за формулою:

$$\widetilde{E}(T) = \sqrt{I^2(T) + I_\perp^2(T)} =$$

$$= \sqrt{\left[E(T) \cdot \cos(\beta \cdot T)\right]^2 + \left[E(T) \cdot \sin(\beta \cdot T)\right]^2} =$$

$$= \sqrt{E(T)^2 \cdot (\cos(\beta \cdot T)^2 + \sin(\beta \cdot T)^2)}.$$
(7)

На рис. З зображено оцінки огинаючих одержані за допомогою перетворення Гільберта.



Рис. 3. Оцінка огинаючої за Гільбертом для похилої (а) та сферичної (б) поверхонь

Як видно з рис. 3, а у випадку похилої поверхні огинаюча сигналу, отримана за допомогою перетворення Гільберта практично збігається із ідеальною. Похибка оцінки огинаючої зумовлюється перетіканням спектру, а її середньоквадратичне зведене значення становить 0,21%.

Для сферичної поверхні (рис. 3, б) цей спосіб визначення огинаючої працює не досконало: навіть візуально помітне суттєве відхилення огинаючої «Гільберта» та ідеальної, що зростає у міру наближення до центра інтерферограми. Було встановлено, що причиною виникнення похибки є накладання спектрів огинаючої та несучої, ефект якого підсилюється у центрі інтерферограми через зменшення частоти несучої. Значення середньоквадратичної похибки складає 8,49%.

Було також досліджено стійкість реконструкції профілю поверхонь до неточності нормування. Залежність зведеної похибки реконструкції від номера вибірки сигналу наведено на рис. 4.



Рис. 4. Зведена похибка реконструкції: а – похила, б – сферична поверхня

Максимальна зведена похибка реконструкції профілю похилої поверхні становить 0,4%, а сферичної – 2,2%, а значення середньоквадратичних зведених похибок складають 0,03% та 0,23% відповідно. Результати досліджень показали стійкість фазової демодуляції та визначення оптичної різниці ходу до неточності оцінки огинаючої (похибка реконструкції на порядок нижча за відповідні похибки оцінки огинаючої).

Визначення огинаючої шляхом інтерполяції. Сутність цього способу полягає у визначенні координат екстремальних значень сигналу інтенсивності, що збігаються із точками огинаючої (рис. 2), та застосуванні інтерполяції для знаходження виразу функції оцінки огинаючої.

Знаходження екстремальних точок знакозмінної функції, якою є сигнал інтенсивності з вилученою сталою складовою, можна звести до пошуку максимумів модуля цієї функції. Визначити координати максимальних точок інтерферограми можна проаналізувавши знак похідної сигналу. Коли функція зростає, знак похідної має додатне значення, а коли спадає – від'ємне. Точки, де похідна змінює свій знак із додатного на від'ємний, і є максимальними точками інтерферограми. Для визначення похідної сигналу можна використати вбудовану функцію MATLAB *diff(*)*.

Інтерполяція реалізована за допомогою вбудованої функції МАТLAB *interp1(*)*. Ця функція дає змогу задавати вид інтерполяції (наприклад лінійна, кубічна, spline). Було вибрано spline-інтерполяцію 3-го порядку. Результати використання цього методу для оцінки огинаючої сигналів інтенсивності наведено на рис. 5.



Рис. 5. Результати оцінки огинаючої шляхом інтерполяції: а – похила, б – сферична поверхня

Візуально оцінка огинаючої повністю збігається із огинаючою інтерферограми як для похилої, так і для сферичної поверхонь, причому значення середньоквадратичної зведеної похибки становить 0.09% та 0.086% відповідно. Джерелом похибок цього способу є неточність визначення екстремумів, що



зумовлено обчисленням похідної чисельними методами.

На рис. 6 подано графіки зведених похибок реконструкції профілю досліджуваних поверхонь за нормалізації інтерферограми способом інтерпольованої огинаючої.



Рис. 6. Зведена похибка реконструкції: а – похила, б – сферична поверхня

Похибки реконструкції профілю поверхонь є меншими порівняно із попереднім способом, особливо у випадку сферичної поверхні. Максимальна зведена похибка реконструкції похилої поверхні становить 0.1%, а сферичної – 0.52%. Значення середньоквадратичних зведених похибок реконструкції складають 0.01% та 0.04% відповідно.

Висновки. У роботі проаналізовано можливість застосування методу нормалізації для реконструкції профілю поверхні із інтерферометричної картини білого світла. Цей метод передбачає усунення впливу огинаючої на точність визначення інформативного параметру – оптичної різниці ходу із фази несучої інтерферограми. Для оцінки огинаючої сигналу інтенсивності запропоновано два способи: за допомогою перетворення Гільберта та інтерполяції. Оскільки перетворення Гільберта базується на алгоритмах швидкого перетворення Фур'є, аналіз його метрологічних властивостей доцільно проводити у частотній області. У випадку похилої поверхні спектри несучої та огинаючої рознесені на осі частот, а наявні похибки оцінювання огинаючої зумовлені перетіканням спектра через некратність частот дискретизації сигналу та несучої. Оцінка огинаючої нелінійної сферичної поверхні супроводжуються значними похибками, які спричинені накладанням спектрів огинаючої та несучої.

Спосіб оцінювання огинаючої, що базується на інтерполяції точок екстремумів інтерферограми реалізує опрацювання сигналів у просторовій області. Похибки визначення огинаючої менші, ніж у попередньому способі, особливо для сферичної поверхні. Джерелом похибок є обчислення похідної чисельними методами.

REFERENCES

- Legande-Saenz, R., Rodriguez-Vera, R., Espinosa-Romero, A. Dynamic 3-D shape measurement method based on quadrature transform // Optics Express, Vol. 18, No. 3, P. 2639-2645, 2010.
- [2] Chen, F., Brown, G.M., Song, M. Owerwiev of three-dimensional shape measurement using optical methods // Opt. Eng. 39, 2000, P. 10-22.
- [3] Stadnyk, B., Manske, E., Khoma, A. State and prospects of computerized systems monitoring the topology of surfaces, based on white light interferometry // Computational Problems of Electrical Engineering, Vol. 4, No. 1, P. 75-80, 2014.
- [4] Hariharan, P. Basics of Interferometry. 2nd ed. // Elsevier Inc., 2007.
- [5] Wyant, J.C. White light interferometry // in Proc. SPIE, Vol. 4737, P. 98-107, 2002.
- [6] Mingzhou, Li. Development of fringe analysis techniques in white light interferometry for micro-component measurement // Ph.D. thesis, National University of Singapore, 2008.

- [7] Abdul-Rahman, H. Three-dimensional Fourier fringe analysis and phase unwrapping // Ph.D. thesis, Liverpool John Moores University, 2007.
- [8] Muhamedsalih, H.M. Investigation of wavelength scanning interferometry for embedded metrology, Ph.D. thesis, Univ. of Huddersfield, 2013.
- [9] Novak, J. Computer analysis of interference fields using Matlab // MATLAB conference, 2002.
- [10] Seiffert Th. Fast signal preprocessing in the white light by nonlinear signal reception // DGaO-Proceedings, 2004.
- [11] Sang, W. Entwicklung und Implementierung eines Verfahrens zur Auswertung von Weißlichtinterferogrammen zur Bestimmung der dreidimensionalen Oberflächentopographie von Mikro- und Nanostrukturen als Anwendung für eine Nanopositionier- und –messmaschine // Diplomarbeit –Technische Universität Ilmenau, 2006.
- [12] Ifeachor, E.C., Jervis, B.W. Digital signal processing: a practical approach. 2nd ed. // Pearson Education, 2002.

Methods of white light interferogram normalization for surface profile reconstruction B.I. Stadnyk, A.V. Khoma

Abstract. The article shows the possibility of increasing the accuracy of the surface profile reconstruction by normalizing the white light interferogram. For interferogram normalization, it is necessary to define the envelope of intensity signal. Two methods for envelope evaluation were developed. Metrological properties of the proposed methods were investigated by interferogram simulation for tilted and spherical surfaces.

Keywords: white light interferometry, mathematical model of interferogram, normalization, surface profile reconstruction