Гончаренко Я.В., Сушко О.С., Дивляш Н.В.

Впровадження результатів наукових досліджень в навчальний процес (на прикладі фінансової математики)

Гончаренко Яніна Володимирівна,кандидат фізико-математичних наук, професор
Сушко Олександра Сергіївна, аспірант
Дивляш Наталія Вадимівна, магістрант
Національний педагогічний університет імені М.П.Драгоманова, м. Київ, Україна

Анотація. В статті розглядається проблема оновлення змісту навчання шляхом впровадження результатів наукових досліджень в навчальний процес, пропонуються результати досвіду авторів щодо її вирішення на прикладі навчання фінансової математики студентів математичних спеціальностей.

Ключові слова: *зміст освіти, фінансова математика, математична модель, функція Еліота*

На сьогодні в Національному педагогічному університеті імені М.П. Драгоманова (Україна) функціонує ряд відомих в світі наукових математичних шкіл. Результати наукових досліджень з теорії складних систем (керівник – професор Кондратьєв Ю.Г.) та з фрактального аналізу та фрактальної геометрії (керівник – професор Працьовитий М.В.) мають велике значення та широке застосування не тільки для розвитку фундаментальної науки, а й в прикладних галузях, а також в освіті. Системне впровадження результатів наукових досліджень в навчальний процес, залучення до наукової роботи студентів, підготовка магістрантів та аспірантів дає можливість ефективно вирішувати одну з важливих проблем сучасної освіти: відповідності її змісту сучасному рівню розвитку науки, суспільним, виробничим, технологічним та інформаційним запитам сьогодення.

У Фізико-математичному інституті НПУ імені М.П. Драгоманова здійснюється підготовка студентів за спеціальності «Математика» з різними додатковими спеціальностями (спеціалізаціями), зокрема такими як «економіка» та «фінансова математика». Навчальними планами підготовки студентів вказаних спеціальностей передбачено вивчення фінансової математики (як окремого курсу, а також як складової спеціалізованих курсів при підготовці магістрантів). На сьогодні не розроблено цілісної методичної системи навчання фінансової математики, залишається відкритим навіть питання змісту навчального матеріалу, який би відповідав загальній концепції підготовки фахівця в галузі математики з відповідною спеціалізацією (математика, фінансового аналітика, вчителя математики та економіки, науковця).

Оскільки фінансова математика вивчає методи і методики визначення вартісних та часових параметрів фінансових та інвестиційних операцій, а також моделі оптимального управління інвестиціями, капіталом та його складовими, то навчальний курс фінансової математики традиційно включає систематичний виклад методів кількісного аналізу, що використовуються при прийнятті оптимальних управлінських рішень в фінансовій сфері, зокрема, розглядаються методи врахування факторів часу, інфляції, оцінки потоків платежів, операцій з цінними паперами тощо. Зважаючи на те, що, як наука і навчальна дисципліна, фінансова математика є швидко прогресуючою, то природним є те, що зміст навчального матеріалу має постійно оновлюватись, включаючи нові сучасні теорії, підходи та методи. Змістовим наповненням курсу фінансової математики займалося чимало науковців, зокрема А. Ширяєв, Н. Бауерс, В. Малихін, Є. Четиркін.

Спираючись на аналіз існуючих підходів та власний досвід, ми пропонуємо включати в програму курсу фінансової математики або відповідних спецкурсів розгляд деяких сучасних теорій та моделей, які демонструють нетривіальне застосування математичних методів та широку практичну застосовність і знаходяться "на передовому краї науки". Це дозволяє вирішувати цілий ряд методичних завдань: підвищувати мотивацію навчання, реалізовувати прикладну та професійну спрямованість, стимулювати студентів до самостійної пошукової, творчої, науково-дослідної діяльності.

Однією з таких тем, які ми пропонуємо розглядати є математична модель фінансового ринку, що ґрунтується на хвильовій теорії Еліота. Розробка і математичне обґрунтування моделі належить авторам.

На сьогодні існує багато теорій, які намагаються адекватно змоделювати функціонування фінансового ринку. Однією з "класичних" є теорія відомого американського фінансиста Чарльза Доу [1]. Її суть полягає в наступному: Доу вважав, що ціни на акції зазнають циклічних коливань – після тривалого росту наступає тривале падіння, потім цей процес знову повторюється, а отже, зміну ціни на акції можна прогнозувати, якщо відома її зміна за попередній період. Основні принципи Доу знайшли своє відображення в так званій "хвильовій теорії", запропонованій іншим відомим американським фінансистом Ральфом Еліотом [2]. Основою теорії служить так звана "хвильова діаграма", де хвиля – це приріст (зміна) ціни. При цьому зміна ціни за певний проміжок часу розбивається на п'ять хвиль в напрямку більш сильного тренду, і на три хвилі – в протилежному напрямку. Наприклад, у випадку зростаючого тренду, розглядається п'ять зростаючих хвиль (імпульсних) і три спадні (корективні). Еліот запропонував розглядати кожну з цих хвиль, в свою чергу, як хвильову діаграму, яка теж розкладається на складові більш дрібні хвилі, продовжуючи цей процес до будь-якого бажаного кроку, отримуючи в результаті передфрактальні (самоподібні, самоафінні) криві [6, 7, 9]. Знання структури хвильової діаграми у більш дрібному масштабі важливе тому, що учасники фінансового ринку, знаючи, у якій частині діаграми вони знаходяться, можуть впевнено продавати цінні папери, коли починається корективна хвиля, і повинні купувати їх, коли починається імпульсна хвиля. Виходячи з результатів статистичних досліджень, Елліот запропонував використовувати числову послідовність Фібоначчі для упорядкування прогнозів у рамках технічного аналізу. Він вважав, що відношення довжин корективних та імпульсних хвиль є коефіцієнтами Фібоначчі, тобто частками від ділення двох сусідніх членів послідовності Фібоначчі. На сьогодні теорія Елліота широко використовується в фінансовому аналізі, створюються її модифікації та аналоги. Багато досліджень присвячено методам обчислення та прогнозування довжин зростаючих та корективних хвиль [1,2,4,5].

Авторами вперше розглянуто спосіб аналітичного задання функції Еліота [3, 8], що є узагальненням хвильової діаграми Еліота і ґрунтується на використанні методів фрактального аналізу об'єктів зі складною локальною будовою, розроблені в роботах Працьовитого М.В. [6, 7].

Ми пропонуємо розглядати дану математичну модель в рамках спецкурсів з фінансової математики, математичних методів та моделей або прикладної математики для студентів математичних спеціальностей (спеціалізація: фінансова математика, прикладна математика, економіка).

Для аналітичного задання аргументу та значень функції Еліота було використано апарат поліосновних систем кодування дійсних чисел – так званих Q-зображень, а точніше їх модифікацій [7].

Ми будемо розглядати значення аргументу функції на відрізку $[0;1]$. При моделюванні реальної ситуації, значення аргументу (час) змінюється на деякому відрізку $[0;T]$, який є афінно-еквівалентним відрізку $[0;1]$. Задамо нескінченну матрицю $Q=\|q_{ij}\|$, $i=\overline{0,7}$, $j=\overline{0,\infty}$, яка має наступні властивості:

1) $0<q_{ij}<1$, $i=\overline{0,7}$, $j=\overline{0,\infty}$; 2) $\sum_{i=0}^{7} q_{i0}=1$;

3) $\sum_{i=0}^{4} q_{ij}=1$, $\sum_{i=5}^{7} q_{ij}=1$, $j=\overline{1,\infty}$; 4) $\prod_{j=0}^{\infty}\max_i q_{ij}=0$, $i=\overline{0,7}$.

Розіб'ємо $[0;1]$ на 8 відрізків, довжини яких дорівнюють q_{i0}, $i=\overline{0,7}$. Позначимо їх $\Delta^{\hat{Q}}_{\alpha_0}$, $\alpha_0\in\{0,1,\ldots,7\}$ і назвемо відрізками 0-го рангу. Відрізки 0-го рангу розіб'ємо на 5 частин у відношенні q_{i1}, $i=\overline{0,4}$, якщо α_0 – парне, і на 3 частини у відношенні q_{i1}, $i=\overline{5,7}$, якщо α_0 – непарне. Отримані відрізки позначимо $\Delta^{\hat{Q}}_{\alpha_0\alpha_1}$, і назвемо відрізками 1-го рангу, їх довжини відповідно дорівнюють $q_{\alpha_0 0}q_{\alpha_1 1}$. Продовжуючи такий процес розбиття далі, на k-тому кроці отримаємо відрізки $\Delta^{\hat{Q}}_{\alpha_0..\alpha_{k-1}}$, які розбиваються на 5 частин у відношенні q_{ik}, $i=\overline{0,4}$, якщо α_{k-1} – парне, і на 3 частини у відношенні q_{ik}, $i=\overline{5,7}$, якщо α_{k-1} – непарне. Довжини цих відрізків дорівнюватимуть $|\Delta^{\hat{Q}}_{\alpha_0..\alpha_{k-1}}|=\prod_{j=0}^{k} q_{\alpha_j j}$.

Продовжуючи цей процес до нескінченності, отримаємо систему вкладених відрізків, довжини яких прямують до нуля. Тому за аксіомою Кантора кожна така система вкладених відрізків визначить єдину точку $x\in[0;1]$. При цьому вказану точку можна представити у вигляді суми ряду:

$$x=b_{\alpha_0 0}+\sum_{j=1}^{\infty} b_{\alpha_j j}\prod_{l=0}^{j-1} q_{\alpha_l i}=\Delta^{\hat{Q}}_{\alpha_0\ldots\alpha_{k-1}}, \qquad (1)$$

де $b_{\alpha_j j}=\sum_{i=0}^{\alpha_j-1} q_{\alpha_i i}$, $j=\overline{0,\infty}$,

$$b_{\alpha_j j}=\begin{cases} 0, \ \ при\ \alpha_j\in\{0,5\}, \\ \sum_{i=0}^{\alpha_j-1} q_{\alpha_i j}, \ при\ \alpha_j\in\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}, \\ \sum_{i=5}^{\alpha_j-1} q_{\alpha_i j}, \ при\ \alpha_j\in\{6,\ 7\}, \ \ j=\overline{0,\infty}. \end{cases} \qquad (2)$$

Запис $x=\Delta^{\hat{Q}}_{\alpha_0..\alpha_k\ldots}$ будемо називати *модифікованим* $\hat{Q}$*-зображенням дійсного числа* x.

З іншого боку для $\forall x\in[0;1]$ існує послідовність відрізків $\Delta^{\hat{Q}}_{\alpha_0}$, $\Delta^{\hat{Q}}_{\alpha_0\alpha_1}$, … $\Delta^{\hat{Q}}_{\alpha_0\alpha_1..\alpha_k}$, які містять x і $x=\bigcap_{k=1}^{\infty}\Delta^{\hat{Q}}_{\alpha_0\alpha_1..\alpha_k}$.

Тепер, якщо $x=\Delta^{\hat{Q}}_{\alpha_0..\alpha_k\ldots}$, то існує рівно α_0 відрізків 0-го рангу, які лежать лівіше точки x і мають сумарну довжину $b_{\alpha_0 0}$, α_1 (якщо α_0 – парне), або α_1-5 (якщо α_0 – непарне) відрізків 1-го рангу, які належать $\Delta^{\hat{Q}}_{\alpha_0}$ і лежать лівіше точки x і мають сумарну довжину $b_{\alpha_0 0}q_{\alpha_0 0}$; α_k (якщо α_{k-1} – парне), або α_k-5 (якщо α_{k-1} - непарне) відрізків k-го рангу, які належать $\Delta^{\hat{Q}}_{\alpha_0\alpha_1..\alpha_k}$ і лежать лівіше точки x і мають сумарну довжину $b_{\alpha_k k}\prod_{j=0}^{k-1} q_{\alpha_j j}$, і т.д. Тому для довільного $x\in[0;1]$ існує послідовність $\{\alpha_i\}: x=\Delta_{\alpha_0\alpha_1..\alpha_k\ldots}$, така що $x=\Delta^{\hat{Q}}_{\alpha_0..\alpha_k\ldots}$

Отже правильним є наступне твердження.

Лема 1. Будь-яке дійсне число $x\in[0;1]$ можна представити у вигляді суми ряду (1).

При цьому всі точки, що не є кінцями відрізків k-го рангу, $k=\overline{1,\infty}$ мають єдине представлення у вигляді (1). Точки, що є кінцями відрізків, мають два представлення виду:

$x=\Delta^{Q}_{\alpha_0..\alpha_k+1(5)}=\Delta^{Q}_{\alpha_0..\alpha_k(4)}$, якщо $\alpha_k=2m$

або

$x=\Delta^{Q}_{\alpha_0..\alpha_k(7)}=\Delta^{Q}_{\alpha_0..\alpha_k+1(0)}$, якщо $\alpha_k=2m+1$, $m=\overline{0,\infty}$

.

Точки, що мають єдине модифіковане Q-зображення, будемо називати Q –ірраціональними, а ті, що мають два зображення – Q – раціональними.

Отже, аргумент функції введено, розглянемо тепер саму функцію.

Задамо нескінченну матрицю $R=\left\|r_{ij}\right\|$, $i=\overline{0,7}$, $j=\overline{0,\infty}$ де $0<r_{ij}<1$, $r_{ij}\ge q_{ij}$.

Причому

1. $r_{00}-r_{10}+r_{20}-\ldots-r_{70}=c=const>0$;
2. $r_{0j}-r_{1j}+r_{2j}-r_{3j}+r_{4j}=1, \quad \forall\, j=\overline{0,\infty}$;
3. $r_{5j}-r_{6j}+r_{7j}=1, \quad \forall\, j=\overline{1,\infty}$;
4. $\prod\limits_{j=0}^{\infty}\max\limits_{i} r_{ij}=0, \quad i\in\{0;\ldots;7\}$;
5. $\sum\limits_{i=0}^{k}(-1)^i r_{ij}>0 \quad \forall\, k=\overline{0,7}.$

Розглянемо ряд:

$$y=d_{\beta_0 0}+\sum_{i=1}^{\infty}d_{\beta_i i}\prod_{j=0}^{i-1}r_{\beta_j j}=\Delta^{\tilde{Q}}_{\beta_0..\beta_k...}, \tag{3}$$

де $d_{00}=0$, $d_{50}=1$, $d_{0j}=d_{5j}=0$, $j=\overline{1,\infty}$, $d_{\beta_j j}=\sum\limits_{k=0}^{\beta_j-1}(-1)^k r_{kj}$ для $\beta_j=\overline{1,4}$, $d_{\beta_j j}=\sum\limits_{k=5}^{\beta_j-1}(-1)^k r_{kj}$ для $\beta_j\in\{6,7\}$.

Неважко довести наступне твердження (його доведення можна запропонувати студентам виконати самостійно).

Лема 2. Ряд (3) збіжний.

Зауваження. Доведення наступної теореми, а також основних властивостей функції Еліота студенти також можуть виконати самостійно, попередньо обговоривши основні кроки.

Теорема 1. Перетворення $f(\Delta^{\hat{Q}}_{\alpha_0..\alpha_k...})=\Delta^{\tilde{Q}}_{\alpha_0.\alpha_k...}$ (4), де $\Delta^{Q}_{\alpha_0\alpha_1..\alpha_k...}$ визначається рівністю (1), а $\Delta^{\tilde{Q}}_{\alpha_0\alpha_1..\alpha_k...}$ – рівністю (3), є функцією, визначеною на $[0;1]$.

Ідея доведення. Щоб довести існування, потрібно показати, що для довільного $x\in[0;1]$ існує таке значення y, що задовольняє рівність (2). Використавши лему 1 і лему 2 можна показати, що принаймні одне таке значення існує.

Для доведення єдиності, необхідно зосередитися на ситуації, коли значення аргументу містить періоди (0), (7), (4), (5), тобто розглянути два випадки:

1) $x=\Delta^{Q}_{\alpha_0\alpha_1..\alpha_{k-1}\alpha_k(4)}=\Delta^{Q}_{\alpha_0\alpha_1..\alpha_{k-1}\alpha_k+1(5)}$;

2) $x=\Delta^{Q}_{\alpha_0\alpha_1..\alpha_{k-1}\alpha_k+1(0)}=\Delta^{Q}_{\alpha_0\alpha_1..\alpha_{k-1}\alpha_k(7)}$.

У кожному випадку шляхом алгебраїчних перетворень можна знайти різницю значень перетворення, враховуючи накладені при заданні умови, вона буде рівною нулю. А це значить, що для будь-якого $x\in[0;1]$ існує й до того ж єдине значення y, що задовольняє рівність (2), тобто перетворення, задане рівністю (3), є функцією, визначеною на $[0;1]$.

Теорема 2. Функція, задана рівністю (4), є неперервною на $[0;1]$.

Ідея доведення. Оберемо довільну точку $x_0\in[0;1]$, яку можна представити у вигляді $x_0=\Delta^{Q}_{\alpha_0\alpha_1..\alpha_n...}$, а значення функції в цій точці буде: $y_0=\Delta^{\tilde{Q}}_{\alpha_0\alpha_1..\alpha_n...}$ Далі розглянути такі послідовності для оцінки лівосторонньої границь:

$\{x_n^{(1)}\}:x_n^{(1)}=\Delta^{Q}_{\alpha_0\alpha_1..\alpha_n(0)}$ та $\{x_n^{(2)}\}:x_n^{(2)}=\Delta^{Q}_{\alpha_0\alpha_1..\alpha_n(7)}$.

Дослідивши границі різниць отриманих послідовностей значень функцій, приходимо до висновку, що правостороння та лівостороння границі рівні між собою й дорівнюють значенню функції в досліджуваній точці, тобто дійсно функція є неперервною на $[0;1]$

Теорема 3. Функція, задана рівністю (4), є ніде не диференційовною.

Ідея доведення. Для дослідження функції на диференційованість розглянемо границю відношення приросту функції до приросту аргументу. Зафіксуємо неперіодичну точку $x_0=\Delta^{Q}_{\alpha_0\alpha_1..\alpha_n...}$ з $[0;1]$. Далі розглянемо послідовність точок $x_n=\Delta^{Q}_{\alpha_0\alpha_1..\alpha_k(0)}$, знаходимо приріст аргументу та приріст функції. Досліджуючи границю відношення приростів встановлюємо, що вона розбіжна, тобто в точці x_0 функція недиференційовна.

Для періодичної точки, наприклад $x_0=\Delta^{Q}_{\alpha_0\alpha_1..\alpha_n(0)}$ з $[0;1]$, розглядаємо послідовність точок

$$x_m=\Delta^{Q}_{\alpha_0\alpha_1..\alpha_n\underbrace{00..0}_{m}\alpha_{n+m+1}(0)}$$

й приходимо до такого ж висновку.

Аналогічно можна провести доведення недиференційовності в точках з періодами (7), (4), (5). Отже, дана функція буде ніде не диференційовною.

Розглянемо випадок, коли всі $q_{ij}=q_i$, та $r_{ij}=r_i$, тобто співвідношення довжин «хвиль» не залежить від кроку розбиття. Варто зазначити, що Еліот розглядав саме такий випадок, причому q_i виражав через «золоте відношення».

Теорема 4. Графік функції $\Gamma_f=\{(x,f(x)):x\in[0,1]\}$ є самоафінною множиною, причому $\Gamma_f=\bigcup\limits_{i=0}^{7}\phi_i(\Gamma_f)$, де ϕ_i: $\begin{cases}x'=q_i x+b_i,\\ y'=r_i y+d_i.\end{cases}$

Ідея доведення.

Нехай $G\equiv\phi_0(\Gamma_f)\bigcup\phi_1(\Gamma_f)\bigcup\ldots\bigcup\phi_7(\Gamma_f)$. Доведемо, що $\Gamma_f=G$. Покажемо спочатку, що $G\subset\Gamma_f$. Для цього розглядаємо довільну точку $M\in G$ й покажемо, що $M\in\Gamma_f$. Аналогічним чином показуємо, що $\Gamma_f\subset G$. Отже, $M\in\Gamma_f$.

Теорема 5. Графік функції $\Gamma_f=\{(x,\ f(x)):\ x\in[0,1]\}$ є фрактальною множиною, причому $\alpha_0(\Gamma_f)\in(1;\,2)$.

Зауваження. Останню теорему можна розглядати у випадку, коли студенти знайомі з основами фрактального аналізу та фрактальної геометрії, зокрема, з поняттями самоподібної (самоафінної) розмірності, клітинкової розмірності, самоподібної (самоафінної) множини. Доведення наступного факту є нетривіальним і може розглядатись з студентами, магістрантами та аспірантами в рамках гурткової роботи, роботи проблемних груп, підготовки наукових робіт.

Підводячи підсумок, зазначимо, що збагачення змісту навчання математики результатами сучасних наукових досліджень є непростою проблемою, внаслідок надзвичайної складності проблем та математичного апарату, що використовується для їх вирішення. В той же час, однією з ознак високого професіоналізму викладача-науковця є вміння поставити перед студентами (магістрантами, аспірантами) проблему, з одного боку нетривіальну, а з іншого доступну на їх рівні підготовки, таку, що мотивувала б їх та стимулювала до самостійної навчальної та наукової діяльності. Запропонований нами підхід до оновлення змісту навчання фінансової математики є прикладом вирішення вказаної проблеми.

ЛІТЕРАТУРА (REFERENCES TRANSLATED AND TRANSLITERATED)

1. Вильямс Б. Торговый хаос. Экспертные методики максимизации прибыли. – М.: ИК Аналитика, 2000. – 305с.
Vil'yams B. Torgovyy khaos. Ekspertnyye metodiki maksimizatsii pribyli [Trading Chaos. Expert techniques maximize profits]. – M.: IK Analiti-ka, 2000. – 305s.
2. Возный Д. Код Эллиотта: волновой анализ рынка FOREX. – М.: Омега-Л., 2006. – 240 с.
Voznyy D. Kod Elliotta: volnovoy analiz rynka FOREX [Elliott's Code: Wave Analysis of FOREX]. – M.: Omega-L., 2006. – 240 s.
3. Дивляш Н.В., Калюжна Н.С. Математична модель хвильової діаграми Еліота та її властивості // Студентські фізико-математичні етюди. – 2013. - № 12. – Том 1. – С. 12-27.
Divlyash N.V., Kalyuzhna N.S. Matematichna model' khvil'ovoї díagrami Yelíota ta її vlastivostí [Mathematical model of Elliott wave chart and its properties] // Students'kí fíziko-matematichní yetyudi. – 2013. - № 12. – Tom 1. – S.12-27.
4. Мандельброт Б. Фракталы, случай и финансы. – Москва-Ижевск: НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", 2004. – 256 с.
Mandel'brot B. Fraktaly, sluchay i finansy [Fractals, cases and finances]. – Moskva-Izhevsk: NITS "Regulyarnaya i khaoticheskaya dinamika", 2004. – 256 s.
5. Петерс Э. Фрактальный анализ финансовых рынков: Применение теории Хаоса в инвестициях и экономике. – М.: Интернет-трейдинг, 2004. – 304 с.
Peters E. Fraktal'nyy analiz finansovykh rynkov: Primeneniye teorii Khaosa v investitsiyakh i ekonomike [Fractal analysis of financial markets: Application of the theory of chaos in the investment and the economy]. – M.: Internet-treyding, 2004. – 304 s.
6. Працьовитий М.В. Фрактальний підхід у дослідженнях сингулярних розподілів. – Київ: Вид-во НПУ імені М.П. Драгоманова, 1998. – 296 с.
Prats'ovitiy M.V. Fraktal'niy pídkhíd u doslídzhennyakh singulyarnikh rozpodílív [Fractal approach in the study of singular distributions]. – Kiїv: Vid-vo NPU ímení M.P. Dragomanova, 1998. – 296 s.
7. Турбин А.Ф., Працевитый Н.В. Фрактальный множества, функции, распределения. – Киев: Наук.думка, 1992. – 208 с.
Turbin A.F., Pratsevityy N.V. Fraktal'nyy mnozhestva, funktsii, raspredeleniya [Fractal sets, functions, distribution]. – Kiyev: Nauk.dumka, 1992. – 208 s.
8. Albeverio S., Gontcharenko Ya., Pratsiovytyi M., Torbin G. Jessen-Wintner type random variables and fractal properties of their distributions // Mathematische Nachrichten. – 2006. – Vol.279. – No.15. – P. 1619-1633.
9. Hutchinson J.E. Fractals and self-similarity // Indiana Univ. Math. J. – 1981. – 30. – P.713-74.

Goncharenko Ya., Sushko O., Dyvliash N.
Implementation of research results in the educational process (for example, financial mathematics)
Abstract. The article considers the problem of updating the content of education through the implementation of research results in the educational process, offers the results of the experience of the authors in its decision on the example of teaching financial mathematics to students of mathematical specialties.
Keywords*: content of education, financial mathematics, mathematical model, function Elliott*

Гончаренко Я.В., Сушко А.С., Дывляш Н.В.
Внедрение результатов научных исследований в учебный процесс (на примере финансовой математики)
Аннотация. В статье рассматривается проблема обновления содержания обучения путем внедрения результатов научных исследований в учебный процесс, предлагаются результаты опыта авторов по ее решению на примере обучения финансовой математике студентов математических специальностей.
Ключевые слова*: содержание образования, финансовая математика, математическая модель, функция Эллиота*