Гальченко Д.О. [1]

Задачі активного навчання в курсі диференціальних рівнянь

[1] *Гальченко Дмитро Олександрович, асистент*
Полтавський національний педагогічний університет ім. В.Г. Короленка, м. Полтава, Україна
Received October 17, 2013; Accepted October 28, 2013

Анотація. Розглядається проблема реалізації компетентнісного підходу в процесі вивченні курсу "Диференціальні рівняння" за допомогою у ВНЗ педагогічного профілю за допомогою задач активного навчання. Дається розгорнутаа характеристика системи задач активного навчання та методика їх застосування.

Ключові слова: *компетенція, компетентнісний підхід, задача активного навчання, прикладна задача, диференціальне рівняння.*

Вступ. Існує об'єктивна необхідність підвищення якості професійної освіти у процесі підготовки педагогів у пріоритетних напрямках модернізації сучасної вищої школи, пошуку шляхів та засобів підготовки функціонально-грамотних, професійно-компетентних та мобільних спеціалістів, які зможуть швидко адаптуватися у динамічно змінюваному середовищі, постійно підвищувати свій професійний рівень та моделювати процеси і результати власної професійної діяльності.

Питання про ключові компетенції стало предметом обговорення в усьому світі [1]. Особливо актуальною ця проблема звучить зараз у зв'язку з модернізацією української освіти.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Проблемі професійної підготовки майбутніх учителів приділяється значна увага в наукових працях вітчизняних учених, зокрема, таким аспектам: зміст педагогічної освіти (С.У. Гончаренко, І.А. Зязюн, М.І. Сметанський); теоретико-методологічні засади підвищення кваліфікації педагогічних працівників (В.В. Олійник, Є.М. Смирнова-Трибульска, Н.А. Тарасенкова). У педагогічних працях висвітлено концептуальні засади компетентнісного підходу (О.І. Пометун, В.І. Свистун); проблеми формування професійної компетентності (М.В. Вачевський, В.А. Петрук) фахівців; компетентнісний підхід у професійній підготовці педагогів (М.Ю. Кадемія, Є.М. Павлютенков, Л.З. Тархан). У зарубіжній педагогіці проблеми формування професійної компетентності фахівців розглядали такі науковці: А. Вернхоут, Р. Епштейн, Дж. Равен, Е. Хундерт, А.В. Хуторський, А. Шепмен та ін.

Мета. Перед класичними та педагогічними ВНЗ постала проблема підготовки фахівців з якостями, що адаптуються до потреб суспільства. Підготовка таких фахівців повинна здійснюватись через оновлення освітнього процесу. У його основі – реалізація компетентнісного підходу, орієнтованого на удосконалення професійної підготовки спеціаліста із урахуванням фундаментальності, ітеративності, інформатизації, а також професійної та особистісної орієнтації студентів.

Виклад основного матеріалу. На сучасному етапі, серед основних напрямів модернізації освіти, виділяють:

– особистісна орієнтація змісту освіти;

– діяльнісний характер навчання, спрямованість змісту навчання на формування загальних навчальних умінь та навичок, узагальнення способів навчальної та пізнавальної діяльності;

– формування ключових компетенцій – готовності студентів використовувати набуті знання, уміння та способи діяльності в реальних життєвих ситуаціях для розв'язання практичних задач;

– розвиток творчої особистості.

Курс "Диференціальні рівняння" є одним із фундаментальних у математичній підготовці вчителів математики, фізики та інформатики. Основна мета курсу – ознайомлення з основними положеннями диференціальних рівнянь, оволодіння теоретичними й практичними методами їх розв'язування.

Аналіз вітчизняної системи освіти дозволяє виявити ряд недоліків у існуючій системі навчання:

1) формалізоване читання лекцій, пов'язане із "надиктовуванням" означень та теорем, відсутність наочності та динамічності ілюстрацій;

2) недостатня увага до використання комп’ютерів на практичних заняттях;

3) практикуюча орієнтація на відтворення математичних тверджень, відсутність належної кількості творчих пошуків у створенні та розв’язанні проблемних ситуацій студентом у процесі вивчення матеріалу.

Реалізація компетентнісного підходу до навчання диференціальним рівняння має наступні переваги:

– можливість багаторівневої підготовки;

– створення умов для розвитку комунікативних навичок студентів;

– створення умов для усвідомленого мотиваційного навчання.

Навчання диференціальним рівнянням на основі даної технології має наступні принципи:

1. Пріоритет самостійної навчальної діяльності студента.

2. Принцип колективної діяльності, який передбачає спільну діяльність викладача та студента з планування, реалізації, оцінювання та корекції процесу навчання (робота під керівництвом викладача, а також робота у групі).

3. Принцип опори на життєвий досвід студента, який використовується у якості одного із джерел навчання.

4. Індивідуалізація навчання. У відповідності з цим принципом кожний створює власну програму навчання, орієнтовану на конкретні освітні потреби і цілі, що враховує досвід, рівень підготовки. При цьому студент самостійно формує власний вектор навчання.

5. Системність навчання. Цей принцип передбачає дотримання відповідних цілей, змісту, форм, методів, засобів навчання та оцінювання результатів навчання.

6. Контекстність навчання (професійну спрямованість навчального процесу).

7. Принцип актуалізації результатів навчання. Даний принцип передбачає розробку комплексної системи завдань для аудиторної та самостійної роботи, направленої на формування компетенцій.

8. Принцип відкритості та доступності інформаційних ресурсів, який реалізується шляхом застосування інформаційних технологій у процесі навчання.

9. Принцип розвитку освітніх потреб. Згідно цього принципу, по-перше, оцінювання результатів навчання здійснюється шляхом виявлення реального ступеня засвоєння навчального матеріалу та визначення тих, без опанування яких неможливе досягнення поставленої мети; по-друге, процес навчання будується у цілях формування у студента нових навчальних потреб, конкретизація яких здійснюється у результаті досягнення певної мети навчання.

10. Принцип рефлективності. Він означає осмислення викладачем та студентом усіх параметрів процесу навчання та своїх дій з його організації.

У результаті вивчення курсу “Диференціальні рівняння” студенти повинні знати: основні поняття й теореми загальної теорії диференціальних та інтегральних рівнянь; теорему існування та єдиності; методи розв’язування найбільш поширених типів диференціальних рівнянь та систем. Студенти повинні уміти розв’язувати задачі диференціальних рівнянь, безпосередньо пов'язані з розглянутими поняттями й теоремами; застосовувати отримані знання при дослідженні конкретних диференціальних рівнянь і систем рівнянь; застосовувати отримані знання при вивченні інших дисциплін: різницеві методи, методи розв'язання некоректних задач, квадратурні формули, чисельні методи.

Одним із сучасних технологічних засобів навчання розв’язанню звичайних диференціальних рівнянь є використання задач для активного навчання, які мають не лише практичний характер з вироблення навичок знаходження загального інтегралу, а й певний теоретичний момент. Розглянемо даний методичний підхід на конкретних прикладах [2].

Під час вивчення лінійних диференціальних рівнянь першого порядку доцільним є використання наступних теоретичних завдань:

1. Довести, що функція $y = y(x)$ є розв’язком задачі Коші $\begin{cases} y' = f(x, y), \\ y(x_0) = y_0, \end{cases}$ тоді і тільки тоді, коли вона задовольняє інтегральному рівнянню $y = y(x_0) + \int_{x_0}^{x} f(x, y)dx$ (передбачається, що у деякому околі точки (x_0, y_0) виконані умови теореми існування та єдиності розв’язку задачі Коші).

2. Нехай $f(x)$, $g(y)$ – функції, неперервні в околах точок x_0 та y_0 відповідно, $f(x_0) = 0$, $g(y_0) = 0$. Довести, що кожна із функцій $x = x_0$ та $y = y_0$ є розв’язком рівняння $f(x)dy + g(y)dx = 0$.

3. За допомогою заміни змінних $t = \frac{y+a}{x+b}$ знайти загальний розв’язок рівняння виду $y' - \frac{y+a}{x+b} = (x+b) f'(x)$ (a, b – довільні сталі величини, f – довільна диференційовна на всій числовій вісі функція).

4. За допомогою заміни змінних $u = x + by$ знайти загальний розв’язок рівняння виду $y' = \frac{a(x+by)+p}{x+by+q}$ (a, b, p, q – довільні сталі ненульові величини).

5. Знайти загальний розв’язок рівняння $\left(kx + e^{ky} f'(y)\right) y' = 1$ ($k \neq 0$ – довільна стала величина, f – довільна диференційовна на всій числовій вісі функція).

6. Чи можуть інтегральні криві диференціального рівняння $y' = f(x)$ перетинатися?

7. Нехай y_1 та y_2 – два різні розв’язки рівняння $y' + p(x)y = g(x)$. При якому співвідношенні між сталими C_1 та C_2 функція $y = C_1 y_1 + C_2 y_2$ буде розв’язком даного рівняння?

8. Знайти загальний розв’язок рівняння $y' + y\varphi'(x) - \varphi(x)\varphi'(x) = 0$, де $\varphi(x)$ – задана функція.

9. Чи може розв'язок рівняння $y' = y \quad (y \neq 0)$ мати точки мінімуму?

10. Розв'язати рівняння $y(x) = \int_0^x y(t)\,dt + x + 1$.

До задач активного навчання потрібно розробити такий дидактичний матеріал, який передбачає деталізований опис алгоритму розв'язання конкретного типу диференціального рівняння з подальшим ускладненням завдань та зменшенням деталізації, надаючи студентові самостійно залучати набуті знання, навички і досвід.

Розглянемо диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними:

1. Знайти загальний розв'язок рівняння $xy' = (4 + y^2)\ln x$.

Розв'язання. Маємо рівняння з відокремлюваними змінними:

$$x\frac{dy}{dx} = (4 + y^2)\ln x.$$

Помножимо обидві частини рівняння на dx: $xdy = (4 + y^2)\ln x\,dx$.

Далі обидві частини ділимо на вираз $x(4 + y^2)$, яке у даному рівнянні не перетворюється у нуль:

$$\frac{dy}{4 + y^2} = \frac{\ln x}{x}dx.$$

Таким чином, ми розділили змінні. Інтегруємо тепер обидві частини рівняння:

$$\int\frac{dy}{4 + y^2} = \int\frac{\ln x}{x}dx \Rightarrow \int\frac{dy}{2^2 + y^2} = \int\ln x\,d(\ln x) \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}\operatorname{arctg}\frac{y}{2} = \ln^2 x + C.$$

Отже, одержано загальне рівняння у неявному вигляді

$$\operatorname{arctg}\frac{y}{2} = \ln^2 x + C.$$

2. Розв'язати задачу Коші:

$$(2xy + x)dx - (x^2 + 1)dy = 0,\ y(0) = \frac{1}{2}.$$

Розв'язання. Перепишемо рівняння у вигляді $x(2y+1)dx = (x^2+1)dy$ та відокремимо змінні. Поділивши обидві частини рівняння на добуток $(2y+1)(x^2+1)$, одержимо: $\dfrac{x}{x^2+1}dx = \dfrac{dy}{2y+1}$.

Інтегруємо: $\displaystyle\int\frac{x}{x^2+1}dx = \int\frac{dy}{2y+1} \Rightarrow$

$$\frac{1}{2}\int\frac{d(x^2+1)}{x^2+1} = \frac{1}{2}\int\frac{d(2y+1)}{2y+1},$$

звідки

$$\ln(x^2+1) = \ln(2y+1) + \ln C.$$

Спростимо тепер розв'язання, використовуючи властивості логарифмів:

$$\ln(x^2+1) = \ln C(2y+1).$$

Отже, загальний розв'язок рівняння набуває вигляду $x^2 + 1 = C(2y+1)$.

Тепер знайдемо значення сталої C, при якому буде виконуватись вказані початкові умови. Підставляючи $x = 0$, $y = \dfrac{1}{2}$ у загальний розв'язок, одержимо:

$$0 + 1 = C\left(2\cdot\frac{1}{2} + 1\right) \Rightarrow C = \frac{1}{2}.$$

Таким чином, маємо розв'язок задачі Коші:

$x^2 + 1 = y + \dfrac{1}{2}$, або у явному вигляді $y = x^2 + \dfrac{1}{2}$.

Зауваження 1. Для визначеності вважаємо, що вираз, який знаходиться під знаком логарифма, додатні, тому не записуємо відповідний знак модуля.

Зауваження 2. У даному та у наступних прикладах використовуємо наступні властивості логарифмів:

$$\ln a + \ln b = \ln ab;\ \ln a - \ln b = \ln\frac{a}{b};\ k\ln a = \ln a^k;$$

$$\ln z = m \Leftrightarrow z = e^m;\ \ln 1 = 0;\ \ln e = 1.$$

Для подальшого закріплення вивченого матеріалу з позиції компетентнісного підходу слід розглянути задачу прикладного характеру. Проте, враховуючи обмеженість аудиторного часу, доцільно надавати такі задачі на самостійне виконання з подальшою перевіркою. За потреби умови задач супроводжують короткими теоретичними відомостями з детальним розв'язання типового завдання. Деякі математичні моделі процесів вирівнювання описуються диференціальними рівняннями з відокремлюваними змінними. Розглянемо приблизну схему подання матеріалу студентам за вище зазначеними правилами.

Математичними моделями багатьох процесів, у яких швидкість зміни величини можна вважати пропорційною значенню y цієї величини, є рівняння вигляду $y' = ky$.

Разом з тим зустрічаються процеси, у яких швидкість пропорційна (з коефіцієнтом $-k$, де $k > 0$) різниці між значеннями величини

$$\begin{cases} x' = 7y + x + 2, \\ y' = 7x + y + e^t \end{cases}$$

і деяким сталим значенням a.

У загальному випадку, при заданому початковому значенні y_0 величини y маємо задачу

$$\begin{cases} y' = -k(y - a), \\ y(0) = y_0. \end{cases}$$

Розв'язання цієї задачі Коші для диференціального рівняння першого порядку з відокремлюваними змінними має вигляд:

$$y = a + (y_0 - a)e^{-kt}.$$

З необмеженим збільшенням часу (тобто при $t \to +\infty$) значення функції e^{-kt} прямує до нуля, тоді значення $y = y(t)$ наближається до a.

Говорять, що відбувається стабілізація цих значень, а сам процес називається процесом вирівнювання.

Приклади математичних моделей процесів вирівнювання можна знайти у фізиці, економіці ("модель рівноваги"), хімії та ін.

Розглянемо задачу про нагрівання (охолодження) тіла.

Мова у ній йде про з'ясування характеру залежності $T = T(t)$ температури T тіла, що охолоджується, від часу t у процесі, якщо швидкість охолодження пропорційна різниці між температурою тіла і температурою T_1 оточуючого середовища (за законом Ньютона); початкова температура тіла T_0 задан.

Маємо задачу виду

$$T' = -k(T - T_1),\ T(0) = T_0,\ k = const,\ k > 0. \quad (1)$$

Тут k – коефіцієнт пропорційності (визначається експериментально), залежний як від фізичних властивостей тіла, так і від його геометричної форми.

Розв'язок задачі (1) буде мати вигляд:

$$T = T_1 + (T_0 - T_1)e^{-kt}.$$

З плином часу відбувається вирівнювання температури: вона наближається до значення T_1 температури оточуючого середовища.

Задача. Вода у відкритому резервуарі мала початкову температуру 70° С, через 10 хв. температура понизилась до 60° С, а температура оточуючого резервуар середовища дорівнює 15°. Знайти температуру води у резервуарі через 30 хв. від початку спостереження. Визначити у який момент часу температура води буде становити 20° С?

Розв'язання. Як було показано вище, необхідно розв'язати рівняння виду (1):

$$T' = -k(T - 15^\circ) \text{ або } \frac{dT}{dt} = -k(T - 15^\circ).$$

Відокремлюючи змінні та інтегруючи, одержимо

$$\int \frac{dT}{T - 15^\circ} = \int k dt;\ \ln(T - 15^\circ) = kt + \ln C;$$

звідки $T - 15^\circ = e^{kt+C} = e^{kt} \cdot e^C = C_1 \acute{o}^{kt}$,

$$T = C_1 e^{kt} + 15^\circ.$$

Знайдемо сталу величину C за початкових умов $t = 0$, $T = 70^\circ$.

$$70^\circ = C_1 e^{k \cdot 0} + 15^\circ \text{ або } C_1 = 55^\circ.$$

Одержали закон охолодження води

$$T = 55^\circ e^{kt} + 15^\circ, \qquad (2)$$

де t – час, T – температура води.

Знайдемо сталу величину k. З умови задачі відомо, що через 10 хв. температура $T = 55^\circ$ С. Підставимо це значення в рівняння (2), одержимо:

$$65^\circ = 55^\circ e^{k \cdot 10} + 15^\circ,\ \frac{10}{11} = e^{10k}, \text{ звідки } k = -0,009532$$

.

Остаточно закон охолодження у даній задачі набуде вигляду:

$$T = 55^\circ e^{-0.009532t} + 15^\circ \ (3)$$

Знайдемо температуру води у резервуарі через 30 хв від початку спостереження:

$$T = 55^\circ e^{-0,009532} + 15^\circ,$$

тоді

$$T = 55^\circ e^{-0,286} + 15^\circ \approx 56^\circ$$

Знайдемо час, за який температура води у резервуарі буде дорівнювати 20° С. Для цього в (3) підставимо значення $T = 20^\circ$: $20^\circ = 55^\circ e^{-0,009532t} + 15$, звідки $e^{-0,009532t} = \frac{1}{11} \approx 0,0909$, $t = 251$ хв = 4 год 11 хв.

Далі студентам пропонуються задачі на самостійне виконання. Наприклад:

1. Температура щойно випеченого хліба протягом 20 хв. знижується від 100° до 60°. Температура повітря 20°. Через який час від початку охолодження температура хліба дорівнюватиме 30°.

2. У посудину, що містить 1 кг води при температурі 20°, опущено алюмінієвий предмет масою 0,5 кг, питомою теплоємністю 0,2 та температурою 75°. Через хвилину вода нагрілась на 2°. Коли температура води та предмету буде відрізнятись на 1°? Втратами тепла при нагріванні знехтувати.

3. Металічний циліндр, нагрітий до 420°, охолоджується у повітрі, температура якого 20°. Через 15 хв. після початку охолодження температура деталі знизилась до 120°. Визначити температуру циліндру через 30 хв. охолодження.

Висновки. Отже, як показує досвід, використання запропонованої системи задач активного навчання дає можливість студентам ще раз переконатись, що математичні методи пізнання мають реальний життєвий смисл та відповідають вимогам сучасності. А реконструкція навчального матеріалу в контексті математичних проблем – один із шляхів реалізації компетентнісного підходу в процесі математичної підготовки студентів педагогічних та класичних ВНЗ.

Отже, на нашу думку, зміст курсу "Диференціальні рівняння" у педагогічних ВНЗ об'єктивно дозволяє формувати професійну компетентність у майбутніх учителів математики. Однак такий вплив не повинен бути стихійним. І ця проблема потребує подальших наукових розвідок..

ЛІТЕРАТУРА

1. Компетентнісний підхід у сучасній освіті: світовий досвід та українські перспективи: Бібліотека з освітньої політики / Під заг. ред. О.В. Овчарук. – К.: "К.І.С.", 2004. –112 с.

2. Перестюк М.О. Збірник задач з диференціальних рівнянь: Навч. посібник. / Перестюк М.О., Свіщук М.Я. – К.: ТВіМС, 2004. – 224 с.

REFERENCES TRANSLATED AND TRANSLITERATED

1. Kompetentnisnyj pidkhid u suchasnij osviti: svitovyj dosvid ta ukrajinsjki perspektyvy: Biblioteka z osvitnjoji polityky [Competence approach in modern education: world experience and Ukrainian prospects] / Pid zagh. red. O.V.Ovcharuk. – K.: "K.I.S.", 2004. –112 s.
2. Perestjuk M.O. Zbirnyk zadach z dyferencialjnykh rivnjanj: Navch. posibnyk [Collection of problems in differential equations] / Perestjuk M.O., Svishhuk M.Ja. – K.: TViMS, 2004. – 224 s.

Galchenko D.O. The problem of active learning in the course of differential equations

Abstract. The issue of the role of the study -oneself research activities in the professional training of teachers of mathematics with taking into consideration competence way was enucleated. Taking into consideration on the generalization of scientific positions which pertains of key competencies of the modern specialist, rethinking them through the prism of the preparation of teachers of mathematics, was give generalize idea about the system of these competencies which include research and perceptional c competence and development, educational, professional, communicative, multicultural, social, informational and technological competence. It was made a brief analysis of the main directions of modernization of education, which allotted the individuall orientation of the education, and the active nature of study especially, the formation of key competencies. Also was found major flaws in the current system of education which including formalizationed tuition of lectures and lack of level in using peculiar training. It was outlines the implementation of competence method in the course of differential equations and formulated the benefits of using it. It was regarded the principle which are based of the developed technologies of education of differential equations which include activity in education by oneself, the collective activity, reliance on life experience, individual training, systematic training, context of training, mainstream learning outcomes of education, openness and accessibility of information resources, the development of educational needs. The potential importance of the problems revealed in the active learning in the training of teachers of mathematics in its methodological, procedural and functional and pithy influence on the development of each of the competencies of the future teacher was discussed. The problem of active learning, we divided in to the Group of theoretical and practical tasks, each of which respectively is accounts for the formation of the relevant knowledge and skills. Block of theoretical tasks consists of the 10 tasks which fully allow to check the level of mastering the theory of partial differential equations of the first order. The block of practical tasks, contains several key tasks and one practical task which thoroughly was developed and then offered the task to oneself work. But based on their assigned details considered key. The key tasks are like foundation of tasks.

Keywords: *competence, competency-based approach, the task of active learning, applied problem, differential equations.*

Гальченко Д.А. Задачи активного обучения в курсе дифференциальных уравнений

Аннотация. Рассмотрено вопрос роли самостоятельно-исследовательской деятельности в профессиональной подготовки учителей математики с учетом компетентностного подхода. Учитывая на обобщение научных позиций относительно ключевых компетенций современного специалиста, переосмысление из через призму подготовки учителя математики, подано обобщенное представление о системе этих компетентностей, к которой принадлежат научно-познавательная, саморазвития, профессиональная, коммуникативная, поликультурная, социальная, информационно-технологическая компетентности. Проведен краткий анализ основных направлений модернизации образования, среди которых выделено и личностно ориентированное образование, и деятельностный характер обучения, и, особенно, формирование ключевых компетентностей. Также определены основные недостатки в современной системе обучения, среди них форматизированное чтение лекций, недостаточный уровень использования современных информационных ресурсов, недостаточный уровень использования проблемного обучения. Определены возможности реализации компетентностного подхода в курсе дифференциальных уравнений та сформулированы преимущества его использования. Рассмотрено принципы на основе разработанной технологии обучения дифференциальных уравнений, к которым относятся самостоятельная учебная деятельность, коллективная деятельность, опора на жизненный опыт, индивидуальное обучение, системность обучения, контекстность обучения, актуализация результатов обучения, открытость и доступность информационных ресурсов, развитие образовательных потребностей. Раскрыто потенциал важности задач активного обучения в подготовке учителя математики в его методологической, функциональной, процессуальной и содержательной способности оптимизационного влияния на развитие каждой из компетентностей будущего педагога. Задачи активного обучения нами разделены на группу теоретических и практических задач, каждая из которых соответственно отвечает за формирование соответственных знаний, умений и навыков. Блок теоретических заданий состоит из 10 задач, который в полной мере дают возможность проверить уровень освоения теории дифференциальных уравнений первого порядка. Блок практических задач содержит несколько ключевых задач и одну практическую, которые основательно разбираются, далее предлагаются задачи на самостоятельное решение, однако в их основу положено детально рассмотрение ключевые.

Ключевые слова: *компетенция, компетентностный подход, задачи активного обучения, прикладная задача, дифференциальные уравнения.*