

Елементи математичного моделювання у процесі вивчення геометричного матеріалу  
в 5 – 6 класах

<sup>1</sup> Філімонова Марія Олександрівна, учитель математики, Пирятинський ліцей,  
м. Пирятин, Полтавська обл., Україна

<sup>2</sup> Швець Василь Олександрович, кандидат педагогічних наук, професор,  
Національний педагогічний університет імені М.П.Драгоманова, м. Київ, Україна

**Анотація:** Систематичний курс геометрії передбачає пропедевтику у процесі навчання математики учнів 5 – 6 класів. Даному питанню присвячено ряд дисертаційних досліджень та наукових робіт, однак невисвітленою залишається можливість застосування методу математичного моделювання до вивчення геометричного матеріалу. У статті окреслено основні шляхи формування навичок математичного моделювання в учнів 5 – 6 класів та запропоновано відповідні методичні рекомендації з урахуванням психолого-педагогічних особливостей молодших підлітків. Зокрема при викладанні геометричного матеріалу слід: максимально використовувати наочність і опиратися на життєвий досвід учнів; нові поняття та властивості геометричних фігур вивчати на практичних роботах з елементами конструювання та вимірювальних роботах на місцевості; систему вправ спрямовувати на розвиток просторової уяви, абстрактного мислення та навичок виконання найпростіших логічних операцій; використовувати значну кількість прикладних задач, завдань на розвиток уміння розпізнавати в навколишній дійсності геометричні об'єкти, виконувати вимірювання «на око». Дані рекомендації конкретизовано на прикладі вивчення таких тем: «Пряма, промінь, відрізок, ламана. Кути», «Многотітники. Площа прямокутника» і «Прямокутний паралелепіпед, куб. Об'єм».

**Ключові слова:** геометрія, математичне моделювання, модель, практична робота, прикладна задача

**Постановка проблеми.** Шкільна геометрична освіта передбачає пропедевтику систематичного курсу геометрії у процесі навчання математики у 5-6 класах. Саме у цей період в учнів формуються уявлення про основні геометричні фігури та їх властивості, уміння виконувати найпростіші вимірювання і побудови, розв'язувати задачі на обчислення значень геометричних величин (довжин, градусних мір кутів, площ, об'ємів). Тому понятійний апарат, графічні уміння і навички, отримані на цьому ступені вивчення курсу, мають стати міцним підґрунтям успішного вивчення геометрії в наступних класах. Таким чином, геометричний матеріал, призначений для вивчення у 5-6 класах, дозволяє з одного боку поглибити і розширити уявлення учнів про відомі їм геометричні фігури, а з іншого – має на меті підготувати школярів до вивчення систематичного курсу геометрії в 7-9 класах.

**Аналіз актуальних досліджень.** Методика вивчення геометричного матеріалу у 5 – 6 класах є темою багатьох дисертаційних досліджень,

зокрема Асланян І.В. [1], Волчастої М.М. [3], Гібалової Н.В. [4] та ін.

Ряд робіт присвячено питанню формування геометричних умінь, а саме: конструктивно-графічних та вимірювальних (Т.П. Гора, А.А. Мазаник, Г.П. Сенников, Л.С. Чистякова та ін.), оперування геометричними поняттями (В.М. Осинська, Н.Д. Мацько, Т.І. Тітова, Л.Г. Філон та ін.), доведення геометричних тверджень (Р.І. Загоруї, А.М. Капіносос та ін.).

Проте аналіз науково-методичної літератури та особливостей навчально-виховного процесу в школі засвідчив, що на сьогодні недостатньо висвітленим залишається питання формування в учнів 5-6 класів навичок математичного моделювання при вивченні геометричного матеріалу. **Мета статті** полягає у виділенні основних шляхів їх формування.

**Виклад основного матеріалу.** На нашу думку, процес викладання геометричного матеріалу має специфічні риси:

1) Зміст курсу і методи його викладання мають опиратися на життєвий досвід і попередні знання школярів, причому основою курсу повинно бути максимальне використання наочності (моделі геометричних об'єктів, комп'ютерні презентації тощо). Оскільки наочність є одним із основних джерел представлення геометричного матеріалу, то всі її елементи мають бути органічно взаємопов'язані.

2) Зміст курсу має бути логічно структурованим і органічно включатися в систему неперервної геометричної освіти.

3) Значна увага повинна приділятися формуванню усного і писемного мовлення учнів, їх грамотності.

4) Система вправ має бути спрямована з одного боку на розвиток просторової уяви та абстрактного мислення, а з іншого сприяти формуванню навичок виконання найпростіших логічних операцій.

5) Знайомство з новими поняттями, властивостями геометричних об'єктів має відбуватися на практичних роботах з елементами конструювання та вимірювальними роботами на місцевості.

6) Система вправ має включати значну частку прикладних задач, завдань на розвиток умінь бачити в навколишній дійсності геометричні фігури, здійснювати вимірювання «на око».

7) Провідним методом вивчення геометричного матеріалу у 5-6 класах є конкретно-індуктивний, проте з метою реалізації наступності вивчення геометрії в окремих випадках варто використовувати абстрактно-дедуктивний. Причому перехід від одного методу до іншого повинен здійснюватися виважено і доречно.

В курсі математики 5–6 класів вивчаються такі теми:

- 1). Пряма, промінь, відрізок, ламана. Кути
- 2). Многокутники. Площа прямокутника
- 3). Прямокутний паралелепіпед, куб. Об'єм

Розглянемо детальніше методи та прийоми вивчення цих тем з точки зору застосування методу математичного моделювання.

Вивчення прямої розвиває в учнів один із основних компонентів просторових уявлень – поняття про лінійну протяжність. Тому особливий акцент слід робити на такій властивості прямої, як її необмеженість, безкінечність. Образом прямої може бути натягнута нитка чи гумовий шнур, слід на аркуші паперу після його перегинання тощо. Варто запропонувати учням знайти у класі і поза ним предмети, моделями яких може бути пряма, вказати випадки у повсякденному житті, коли необхідно побудувати прямі (у процесі побудови будівель, доріг, насадженні дерев і т.д.).

Одночасно слід протиставити прямим криві

лінії, які школярі можуть теж знайти в оточуючому середовищі.

Вивчення властивостей прямих варто здійснювати на практичних роботах.

Наступним етапом у вивченні цієї теми є розмежування понять пряма, промінь і відрізок саме на основі властивості необмеженості, тобто:

- 1) пряма не має ні початку, ні кінця (необмежена);
- 2) промінь має початок, але не має кінця (обмежений з одного боку);
- 3) відрізок має і початок, і кінець (обмежений з обох боків).

Важливо також акцентувати увагу учнів на властивостях довжини, тобто:

- 1). Довжина відрізка не залежить від його розміщення у просторі.
- 2). Кожен відрізок має довжину, відмінну від нуля.
- 3). Довжина заданого відрізка дорівнює сумі довжин відрізків, на які він розбивається будь-якою його точкою.

Доцільним навіть буде так організувати навчальний процес, щоб школярі самостійно виокремили ці властивості.

Такий підхід до поняття довжини та її властивостей в подальшому знайде своє продовження при вивченні градусної міри, площі, а потім і об'єму.

Введення поняття ламаної слід розпочинати із задачі типу:

Задача 1. Побудуйте план дороги від власного будинку до школи та визначте її довжину.

У цій задачі, окрім поняття ламаної, школярі зустрічаються із поняттям масштабу, яке відоме їм ще з початкової школи і буде докладніше вивчатися наприкінці 5 класу. Тут же доцільно продемонструвати учням той факт, що найкоротшою відстанню між об'єктами є відстань по прямій. Вони можуть пересвідчитись у цьому, виконавши необхідні вимірювання. Слід також звернути увагу школярів на те, що малюнок є графічною моделлю шляху від дому до школи, і пояснити, що у повсякденному житті відстань від одного об'єкта до іншого не завжди є відрізком, тому потрібно абстрагуватися від нерівностей і знаходити результат з незначною похибкою.

У процесі вивчення теми «Ламана» учні знайомляться ще й з поняттям «замкнена ламана», що є пропедевтикою подальшого вивчення многокутників. На цьому етапі слід запропонувати кілька завдань на розпізнавання замкненої ламаної серед інших геометричних об'єктів, також необхідно окремо розглянути випадок, коли ланки замкненої ламаної перетинаються.

Тема «Ламана» дає ще й гарну можливість на пропедевтичному рівні ознайомити учнів із системою координат. Зробити це можна на так званих «графічних» диктантах, коли з фіксованої точки, не відриваючи олівця від аркуша паперу і користуючись підказками, необхідно побудувати ту чи іншу картинку.

Що стосується теми «Кути», то спочатку варто вводити поняття прямого кута, використовуючи для цього паперову модель. Кожен з учнів шляхом подвійного перегинання аркуша паперу може власноруч виготовити модель прямого кута. Далі слід запропонувати школярам знайти прямі кути в оточуючому середовищі, користуючись виготовленою моделлю.

Подальше введення видів кутів (розгорнуті, гострі, тупі) також зручно здійснювати з допомогою моделі прямого кута шляхом накладання. Слід акцентувати увагу учнів на тому, що градусна міра кута не залежить від його розміщення.

З поняттям «многочутник» учні знайомилися у процесі вивчення замкненої ламаної, тому основний акцент слід зробити на вивченні прямокутника (квадрата) і трикутника. Ці фігури образно відомі школярам ще з початкової школи. Однак заслуговують на увагу наступні моменти:

1). При вивченні прямокутників, щоб відділити суттєві ознаки від несуттєвих, корисними будуть такі вправи: побудувати прямокутники з різним співвідношенням сторін та різним розміщенням; виготовити кілька моделей прямокутника з кольорового паперу, фанери тощо; знайти об'єкти у навколишньому середовищі, моделлю яких є прямокутник і т.д. Учні повинні засвоїти, що лише зміна градусної міри кутів порушує суттєві ознаки прямокутника. Аналогічні вправи слід пропонувати і при вивченні інших геометричних фігур, особливо коли мова йтиме про види трикутників.

2). Оскільки навичками знаходження периметру учні вже володіють, варто зупинитися на розв'язуванні практичних задач (наприклад, визначення довжини огорожі, розмірів пришкольної чи присадибної ділянки, футбольного поля тощо). Паралельно з цими мають бути завдання, в яких учням пропонується: вибрати масштаб і побудувати відповідне зображення (наприклад, розміщення кімнат власного будинку тощо); за даним периметром побудувати прямокутник (квадрат) і вказати кількість можливих побудов. Подібні завдання формуватимуть у школярів уміння співвідносити об'єкти навколишнього середовища з їх математичними еквівалентами, тобто будувати математичну модель.

Що стосується поняття «площа», то її варто розглядати як величину, по відношенню до якої

можуть бути встановлені критерії порівняння і яка має властивості схожі на властивості довжини. Однак процес знайомства учнів з поняттям «площа» має свою специфіку і здійснюється в кілька етапів:

- 1) введення поняття площі як величини;
- 2) знайомство з одиницями вимірювання;
- 3) вимірювання площ шляхом розбивання фігури на квадратні одиниці;
- 4) виведення правил обчислення площі;
- 5) розв'язування практичних задач.

Реалізувати вище зазначені етапи зручно на практичній роботі.

Ознайомлення учнів із прямокутним паралелепіпедом має відбуватися таким же чином, як і з прямокутником. Особливу увагу необхідно звернути на суттєві і несуттєві (матеріал, колір, розмір моделі) ознаки. Варто також запропонувати учням знайти у навколишньому середовищі об'єкти, моделлю яких є прямокутний паралелепіпед. Вивчення ж його властивостей слід також здійснити на практичній роботі.

Окремо слід розглянути паралелепіпед, сторони якого рівні, тобто куб, та його властивості.

Поняття про об'єм як величину необхідно вводити аналогічно до площі. Можна порівняти місткість різних посудин, наповнюючи одну із них водою і переливаючи її в інші чи використати сипучі матеріали. Таким чином буде продемонстровано, що при зміні форми об'єкта об'єм залишається таким же.

Виведення правила обчислення об'єма прямокутного паралелепіпеда можна також здійснити за аналогією до площі прямокутника, тобто:

1). Порівняти об'єми двох паралелепіпедів шляхом вкладання одного тіла (наприклад, коробки) в інше.

2). Потім взяти два тіла (наприклад, коробки) однакового об'єму, але різної форми і порівняти їх.

3). Оскільки спроба вкласти їх одну в іншу не дасть результату, учитель має запропонувати заповнити тіла (наприклад, коробки) кубиками (об'єм кожного 1 дм<sup>3</sup>). Підрахунок кубиків і дасть змогу порівняти об'єми тіл.

4). Так як процес заповнення тіла кубічними одиницями досить трудомісткий і не завжди можливий, то виникне потреба знайти формулу для обчислення об'єму.

Великі труднощі у школярів при розв'язуванні прикладних задач викликає процес заміни об'єктів, що описані в умові задачі, геометричними фігурами і термінами, оскільки для цього має бути гарно розвинене абстрактне мислення, що для 10-11-річних підлітків не є характерним. [5] Тому на початкових етапах необхідно робити акцент на завданнях, в яких

поряд з вихідним об'єктом зазначається його математичний еквівалент.

Наприклад, математичним еквівалентом понять «цех», «каністра» і т.д. є «прямокутний паралелепіпед».

Задача 2. Приміщення цеху має форму прямокутного паралелепіпеда. Його довжина – 13 м, ширина – 12 м, а об'єм – 624 м<sup>3</sup>. Обчисли його висоту. [2, С.164]

Задача 3. Каністра має форму прямокутного паралелепіпеда, виміри якого 2, 3 і 4 дм. Скільки літрів бензину вміщується в ній? (1 л = 1 дм<sup>3</sup>) [2, С. 165]

Такі задачі сприяють формуванню і закріпленню в уяві дітей предметів, які мають і

можуть мати форму прямокутного паралелепіпеда. Тому задачі, в яких немає прямого співставлення об'єкта і прямокутного паралелепіпеда (математичного еквівалента), в подальшому будуть розв'язуватися досить легко.

Таким чином, навчання учнів 5-6 класів геометричному матеріалу на уроках математики із врахуванням вище зазначених методичних рекомендацій сприятиме формуванню у них:

- 1) уявлення про кілька видів образних моделей, зокрема малюнки, зображення геометричних фігур та тіл;
- 2) уявлення про деякі властивості моделі;
- 3) елементарні навички застосування методу математичного моделювання.

### ЛІТЕРАТУРА

1. Асланян И.В. Методика контроля развития пространственного мышления учащихся 5 – 6 классов средней школы при изучении геометрического материала с позиции фузионизма. – Дисс. ... канд.пед.наук. – Ставрополь., 2006. - 220 с.
2. Бевз Г.П., Бевз В.Г. Математика: Підруч. для 5 кл. загальноосвіт. навч. закл. – К.: Зодіак-ЕКО, 2005. – 352 с.:іл.
3. Волчаста М.М. Наступність у вивченні геометричного матеріалу в початковій та основній школі. – Дис. ... канд.пед.наук. – К., 2003. – 235 с.
4. Гібалова Н.В. Методична система навчання учнів 5–6 класів елементів геометрії. – Дис. ... канд.пед.наук. – К., 2000. – 237 с.
5. Філімонова М.О., Швець В.О. Психолого-педагогічні особливості навчання підлітків методу математичного моделювання // Математика в школі. – 2010. – №10. – С. 21 – 25.

**Filimonova M.O., Shvets V.O.**

#### **The elements of mathematical modelling in the study of geometric material in 5<sup>th</sup> – 6<sup>th</sup> forms.**

**Abstract:** Systematic course of geometry provides propaedeutics in learning mathematics students 5<sup>th</sup> – 6<sup>th</sup> forms. This issue is devoted to a number of dissertations and research papers, but the unknown point is the possibility of using the method of mathematical modeling to study the geometry. This article outlines the main ways of creating mathematical modeling skills in students 5<sup>th</sup> – 6<sup>th</sup> forms and suggests appropriate guidelines based on psychologo-pedagogical features young teenagers. Specifically, the teaching material should be geometric: maximize visibility and draw on the experience of students, new concepts and properties of geometric shapes to explore the practical work with the elements of design and test work on the ground, the system of exercises to guide the development of spatial imagination, abstract thinking and execution skills simple logic operations, using many applied problems, challenges for the development of the ability to recognize the reality of geometric objects, perform measurements "by eye". These recommendations are elaborated on the example of the following topics: "Direct, ray, segment, broken. Corners", "Polygon. The area of a rectangle" and "Cuboid, cube. Volume."

**Keywords:** geometry, mathematical modelling, model, practical work, applications problems.

**Филимонова М.А., Швець В.А. Элементы математического моделирования в процессе изучения геометрического материала в 5 – 6 классах**

**Аннотация:** Систематический курс геометрии предусматривает пропедевтику в процессе обучения математике учащихся 5-6 классов. Данному вопросу посвящен ряд диссертационных исследований и научных работ, однако неосвещенной остается возможность применения метода математического моделирования к изучению геометрического материала. В статье обозначены основные пути формирования навыков математического моделирования в учащихся 5-6 классов и предложены соответствующие методические рекомендации с учетом психолого-педагогических особенностей младших подростков. В частности в процессе преподавания геометрического материала следует: максимально использовать наглядность и опираться на жизненный опыт учащихся; новые понятия и свойства геометрических фигур изучать на практических работах с элементами конструирования и измерительных работах на местности; систему упражнений направлять на развитие пространственного воображения, абстрактного мышления и навыков выполнения простейших логических операций; использовать значительное количество прикладных задач, заданий на развитие умения распознавать в окружающей действительности геометрические объекты, выполнять измерения «на глаз». Данные рекомендации конкретизированы на примере изучения следующих тем: «Прямая, луч, отрезок, ломаная. Углы», «Многоугольники. Площадь прямоугольника» и «Прямоугольный параллелепипед, куб. Объем».

**Ключевые слова:** геометрия, математическое моделирование, модель, практическая работа, прикладная задача.