

**Анотація.** Стаття присвячена розгляду можливостей використання евристичних прийомів у процесі формування стереометричних понять у ранньому юнацькому віці. Автором визначена роль евристичних прийомів в умовах здійснення організації і управління евристичною діяльністю учнів старших класів. Виділено із загальної класифікації евристичних прийомів саме ті, які є найбільш ефективними у процесі формування понять стереометрії окремо в 10 та 11 класах. Зроблено акцент на використанні відразу декількох евристичних прийомів для всебічного та глибоко дослідження об'єктів та формування понять про них.

**Ключові слова:** методика навчання геометрії, евристика, геометрія, поняття, старшокласник, стереометрія.

**Постановка проблеми.** Сучасне суспільство потребує висококваліфікованих працівників, здатних до саморозвитку та самонавчання, прийняття нестандартних рішень, пошуку креативних шляхів вирішення проблем та життєвих ситуацій. Для того, щоб задовольнити запити суспільства вищим навчальним закладам необхідно відбирати абітурієнтів, які здатні у подальшому стати активними особистостями у розвитку держави, тому безпосереднім нагальним завданням школи є підготовка майбутніх випускників до здійснення творчої діяльності, швидкого та ефективного пошуку розв'язків, здійснення та налагодження комунікативних зв'язків. Таким чином, сучасний випускник школи повинен бути креативним, творчим, амбітним, комунікативним, наполегливим, освідченим, ініціативним, з розвиненими мисленням, пам'яттю та уявою. Розвиток перерахованих якостей відбувається у процесі навчання математики, зокрема під час формування геометричних понять в старшій школі. Як відомо, за шкільною програмою учні 10-11 класів вивчають стереометрію, тож вони мають справу вже не з довільними геометричними фігурами, практичне використання яких потребує уточнення та додаткового пояснення, а з просторовими фігурами та тілами, матеріальне уречевлення яких оточує школярів у повсякденному житті. Як відомо, вивчення стереометрії сприяє розвитку просторової уяви, мислення, вміння орієнтуватися у просторі, виділяти взаємозв'язки між різними елементами, що є частинами цілого, узагальнювати, порівнювати, сприймати цілісні образи, що складаються з окремих частин та віднаходити місце для кожного елемента (об'єкта чи поняття), що підлягає розгляду. Тому доцільно говорити, що вивчення стереометрії допомагає учням зібрати отримані раніше знання у єдину систему про геометричні фігури та їх місце у житті людини. Оперування складними поняттями стереометрії вимагає наявності в учнів допи-

тливості, абстрактного та теоретичного мислення, високорозвиненої уяви, стійкої концентрації уваги, здатності перебирати різноманітні варіанти та конструювати, тому використання евристичних прийомів під час формування понять стереометрії є закономірним, адже саме вони сприяють розвитку перерахованих вище якостей. Оскільки нерегулярне використання евристичних прийомів не є досить результативним, тому вважаємо, що найбільше можливостей у розвитку учнів старших класів на уроках геометрії надає використання евристичного підходу до організації процесу формування стереометричних понять.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** На сьогодні все більше дослідників звертають свою увагу на можливості евристичних прийомів навчання, зокрема математики, як дієвого інструменту для розвитку дослідницьких якостей учнів. Так, питаннями евристичного навчання математики займалися В.І. Андреев, А.К. Артемов, Г.Д. Балк, М.І. Бурда, В.Г. Болжанський, К.В. Власенко, Б.А. Вікол, Б.В. Гніденко, І.В. Гончарова, І.А. Горчакова, Н.І. Зільберберг, В.Б. Мілушев, Ю.М. Колягін, Ю.М. Кулюткін, Л. Ларсон, А.Д. Мишкіс, Т.С. Максимова, Т.М. Міракова, В.М. Осинська, Ю.О. Палант, Дж. Пойа, В.Н. Пушкін, Н.Х. Розов, Г.І. Саранцев, Є.Є. Семенов, О.І. Скафа, Н.А. Тарасенкова, Є.Н. Турецький, Л.М. Фрідман та ін.

Можливості використання евристичних прийомів у процесі геометрії розглядали Ю.М. Кулюткін, О.І. Скафа, Г.І. Саранцев, С.В. Муггалімова, І.В. Гончарова, І.І. Зільберберг, К.В. Власенко, Т.С. Жукова, М.М. Єрохіна, Ю.Л. Смержевський та ін.

Але, не зважаючи на таку кількість досліджень, питання використання евристичних прийомів у процесі формування стереометричних понять розкрито не в повному обсязі, а тому потребує дослідження та висвітлення.

**Формулювання цілей статті (постановка завдання).** Мета статті – розглянути можливості застосування евристичних прийомів до процесу формування стереометричних понять у ранньому юнацькому віці та встановити їх роль в умовах здійснення організації та управління евристичною діяльністю учнів старшої школи.

**Виклад основного матеріалу дослідження з повним обґрунтуванням отриманих наукових результатів.** Використання евристичних прийомів у процесі формування геометричних понять вважаємо доцільним здійснювати у рамках організації евристичної діяльності учнів під час зазначеного процесу. Спершу обґрунтуємо раціональність застосування евристичних прийомів та евристичної діяльності загалом під час формування стереометричних понять. Л.І. Божовичем, Е.У. Гуцало, Г.С. Костюком, С.Д. Максименком, Е.Е. Сапоговою, В.А. Семиченком, Д.І. Фельдштейном та іншими психологами, що займалися дослідженнями раннього юнацького віку, а саме ця категорія учнів вивчає стереометрію, було відмічено такі зміни у площині мислення та пам'яті, як інтенсивний розвиток гіпотетико-дедуктивного мислення, розвиток здібності формулювати й перебирати альтернативні гіпотези, здібності знаходити й ставити проблеми, робити предметом аналізу особисту думку. Крім того, для учнів цього віку характерним є активне формування індивідуального стилю розумової діяльності. Якщо порівнювати ці новоутворення юнаків з вимогами евристичного навчання математики, можна констатувати, що вони є необхідними умовами для управління евристичною діяльністю школярів. Тобто, мова про те, що юнаки не лише психологічно готові до здійснення евристичної діяльності та використання евристичних прийомів, але й мають в цьому внутрішню потребу з метою реалізації власного інтелектуального потенціалу. Не слід забувати, що як наголошував М.В. Гамезо [3], старшокласники оцінюють навчальний процес з точки зору того, що він дає для їх майбутнього, тому для них характерним є зростання інтересу до навчання. Через це вони глибоко оцінюють ерудицію та глибокі знання, які виходять за межі шкільної програми, підручників, тому евристична діяльність в цьому віці як найкраще підходить для підтримання стійкого інтересу до вивчення геометрії, зокрема до формування стереометричних понять.

Іншою характерною ознакою старшокласників, як зазначав О.В. Скрипченко [2], є готовність до розумових навантажень та експериментальної діяльності, що пояснюється проявом інтелектуальної ініціативи в створенні чогось нового. Д.І. Фельдштейн [6] підкреслював, що старших школярів приваблює вже сам процес аналізу та способи доведень, тому їм подобається вибирати між кількома точками зору, обґрунтовувати правильність свого вибору та захищати свою позицію. Значить для них характерним є вміння самостійно розбиратися у складних задачах та питаннях. Таким чином, старшокласники готові до генерування нових знань, їх самостійного відкриття, тобто до освіти у контексті евристичного навчання. У старшокласників порівняно з підлітками, вирівнюється розрив у визначеннях конкретних і абстрактних понять; удосконалюється розвиток таких розумових операцій як

порівняння та узагальнення, що відносяться до класу загальних евристик.

Якщо розглядати стереометричні поняття то, на нашу думку, найбільш складними для сприйняття учнями є поняття з курсу геометрії 10 класу, оскільки вони є більш загальними, абстрактними, ілюзорними. На початку вивчення геометрії старшої школи мова йде про об'єкти та поняття, що їх описують, які досить складно зобразити, наприклад, багатогранні кути, мимобіжні прямі, площини, прямі та відрізки в них. Мова про те, що учням необхідно усвідомлювати, запам'ятовувати та доводити складні твердження, причому у цьому процесі не лише дізнаватися властивості або ознаки понять, а перш за все обґрунтовувати їх існування, і дуже часто єдиність. Тому учні вимушені реалізовувати та здійснювати складні механізми логічного, абстрактного мислення зі значною концентрацією уваги. Цілком зрозуміло, що така діяльність викликає психологічне та емоційне напруження, що у свою чергу перешкоджає процесу навчання та негативно впливає на пізнавальний інтерес школяра. Не викликає заперечень, що працюючи з такими уявними об'єктами у жорстких умовах уроку, учні просто не усвідомлюють зміст і обсяг тих понять, про які йде мова, а як наслідок – не можуть розв'язувати задачі та застосовувати теоретичний матеріал на практиці, у тому числі в повсякденному житті.

У зв'язку з цим, для успішного їх формування на перший план виходять такі евристичні прийоми, що входять до загальної класифікації, запропонованої О.І. Скафою [5], як "виділяй головне", "узагальнюй", "розглянь екстремальні випадки" "аналогія", "розмірковий від супротивного", "побудова контрприкладу", "прийом моделювання" та інші.

Прийом "виділяй головне" використовується учнями ще з основної школи, але особливістю його використання в 10 класі є концентрація уваги учнів на одній істотній властивості нового поняття, яка є відправною точкою для подальшого розгортання матеріалу. Зазвичай це елемент, який раніше вивчався у планіметрії, тому вміння його віднайти та відокремити є ключовим до успішного формулювання означення нового поняття та його властивостей.

Прийом "розглянь екстремальні випадки" доречно використовувати для визначення учнями взаємного розміщення прямих у просторі, площин, а також для формулювання необхідних і достатніх умов перпендикулярності прямих (як тих, що перетинаються, так і мимобіжних). Мова йде про те, що використовуючи цей прийом, десятикласники мають змогу вводити нові поняття, складати класифікаційні схеми на основі ґрунтового усвідомлення взаємозв'язків між фігурами, складати евристичні орієнтири для побудови або дослідження взаємного розміщення фігур у просторі.

Прийом "розмірковий від супротивного" є надзвичайно важливим, адже матеріал курсу 10 класу має таку специфіку, що учні повинні не лише розглянути властивості нових понять, але й дослідити існування та єдиність об'єктів, що описуються цим поняттям. Як показує практика, найбільших проблем в учнів викликає саме дослідження, а значить і розуміння єдиності об'єктів. Дійсно, на початку 10 класу, а саме в цей період формується основний стереометричний понятій-

ний апарат, учням надзвичайно складно проводити розумові експерименти, припускати існування кількох об'єктів та працювати з ними без опори на графічні зображення. Використання вказаного прийому навпаки, допомагає учням свідомо підходити до дослідження єдиності об'єктів та робить цей процес внутрішньою необхідністю. В результаті учні усвідомлюють кожен крок своїх міркувань, припущення є більш правильними та зрозумілими, а відсутність рисунка не є проблемою.

Особливістю використання евристичних прийомів у процесі формування геометричних понять 10 класу є конструювання освітньої траєкторії у реальному часі за рахунок непередбачуваного ходу думок школярів, що призводить до виникнення різноманітних питань та завдань. Висуваючи гіпотези, школярі самостійно під керівництвом вчителя конструюють задачі, розв'язання яких розкриває нові властивості та ознаки понять, а тому процес мислення відбувається більш природно та свідомо.

Загалом, формування в школярів стереометричних понять передбачає, на нашу думку, використання не одного, а відразу декількох евристичних прийомів, що дає змогу всебічно їх (понять) дослідити та зробити цей процес природним для учнів через врахування їх психологічного бажання та необхідності у відкриттях та реалізації конструкторських проявів.

Розглянемо можливості евристичного підходу до формування понять теми "Прямі у просторі". Оскільки ще у 7 класі учні розглядали взаємне розміщення прямих у площині, тому доцільно їм дати завдання: "Дослідіть взаємне розміщення прямих у просторі". Зрозуміло, що не всі школярі відразу назвуть три види прямих, але варто запропонувати використати евристичні прийоми та евристичні підказки. Наприклад:

– Використайте аналогію з одновимірним простором, тобто площиною. На цьому етапі учні з легкістю називають прямі, що перетинаються та паралельні прямі з відповідними властивостями.

– Врахуйте, що в просторі нескінченна кількість площин. Після цієї підказки школярі роблять припущення, що в просторі прямі можуть не перетинатися, але лежати при цьому в різних площинах.

– Використайте зображення відомої вам просторової фігури для наочного представлення прямих, тобто використання прийому "нарисуй картинку". Найбільш імовірно, що старшокласники зображатимуть прямокутний паралелепіпед, оскільки саме цю фігуру вони знають ще з курсу математики 5 класу.

Отже, учні роблять припущення про те, що в просторі можна виділити три види прямих. При цьому означення цих видів прямих не дає вчитель, а самі учні намагаються сформулювати їх, спираючись на евристичний прийом "аналогія" (для паралельних прямих та прямих, що перетинаються із врахуванням відповідних означень планіметрії та власних міркувань). Стосовно мимобіжних прямих, школярі формують означення, спираючись на власні припущення, спостереження, логічне мислення. Таким чином, отримані означення, які підкріплюються читанням їх у тексті підручника з метою порівняння, краще запам'ятовуються та усвідомлюються учнями як результат власної евристичної діяльності.

Слід зауважити, що в результаті власної евристичної діяльності з даного питання учні можуть отримати різні за формулюванням, але рівносильні за змістом означення мимобіжних прямих. Тому в цьому випадку необхідним є колективне обговорення, так званий "захист" означень, що має за мету реалізацію одночасно декількох функцій. По-перше, такий вид роботи допомагає охопити більшу частину матеріалу за рахунок ознайомлення з різними підходами та результатами, що у свою чергу акцентує увагу на приналежності істотних властивостей поняттю. По-друге, дозволяє учням закріпити навички спілкування у колективі, публічно висловлювати та обґрунтовувати власну думку, коректно критикувати та спростовувати хибні висловлення. По-третє, дозволяє учням глибше усвідомити матеріал, оскільки пояснити іншим може лише той, хто сам глибоко розуміє зміст.

Працюючи над властивостями виділених видів прямих у просторі, вчителю варто поставити перед учнями наступне завдання: "Дослідіть як визначити кут між двома мимобіжними прямими". В результаті евристичного пошуку старшокласники вводять означення кута між мимобіжними прямими на основі припущень, використовуючи прийом "узагальної"; складають правило-орієнтир для знаходження цього кута, а розглядаючи граничні випадки з легкістю приходять до необхідності означення перпендикулярних мимобіжних прямих. Тобто, така діяльність дає змогу старшокласникам, випереджаючи матеріал підручника, зробити висновок про існування перпендикулярних прямих, що не обов'язково перетинаються.

Говорячи про застосування евристичних прийомів у процесі формування геометричних понять, розуміємо, що останні дають можливість охопити більший за обсягом навчальний матеріал і тим самим розширити та поглибити знання учнів.

Підсумовуючи вище зазначене, варто наголосити на тому, що спираючись на евристичні прийоми, що використовувались при формуванні геометричних понять в основній школі та приділяючи особливу увагу зазначеним вище прийомам, учитель має змогу здійснювати всебічний та гармонійний розвиток десятикласників. Так, відбувається глибоке оволодіння стереометричними поняттями, введенням їх до сфери життєвого застосування юнаків, розвиток пізнавального інтересу учнів та залучення їх до пошукової, дослідницької та евристичної діяльності, удосконалення комунікативних навичок та вміння взаємодіяти з колективом, працювати з ним для отримання нового загального результату. Головним фактором є те, що використовуючи евристичні прийоми під час формування геометричних понять в основній школі та при вивченні понять стереометрії 10 класу, учні оволодівають різними евристичними прийомами, навчаються "відкривати" поняття, самостійно формувати їх означення, досліджувати їх властивості та ознаки, застосовувати отримані знання до розв'язування задач.

Поняття, які вивчаються в курсі геометрії 11 класу (многогранники, їх комбінації, тіла обертання, їх комбінації, площі та об'єми просторових фігур та тіл) краще сприймаються старшокласниками, оскільки такі об'єкти зустрічаються в навколишньому світі, їх легше уявити та зобразити у певній проекції. Для фо-

рмування цих понять ефективними є дещо інші евристичні прийоми та методи дослідження, зокрема: "нарисуй картинку", "досліджуй частинами", "модифікуй", "моделлюй", "розбий на підзадачі", "виділяй головне", "розглянь декілька моделей задачі, зв'язки між ними" та інші. Особливого значення серед перелічених набувають прийоми "нарисуй картинку" та "досліджуй частинами", оскільки саме вони дають змогу виділяти зі складних стереометричних фігур більш прості планіметричні, що в свою чергу дає можливість розглянути велику кількість властивостей, тобто більш повно формувати поняття.

Юнаки в 11 класі орієнтовані на чіткі обґрунтування, пошук закономірностей, всебічний розгляд об'єктів, про які йде мова у задачі. На цьому завершальному етапі вивчення шкільного курсу геометрії евристичні прийоми мають змогу зробити навчання особистісно значимим. У зв'язку з цим, задачі мають бути професійно орієнтованими, максимально пов'язаними з життям, складними за своїм логічним навантаженням та водночас цікавими. Інтерес старшокласників викликають завдання, у яких необхідно використати відразу декілька евристичних прийомів, наприклад "переформулюй умову задачі", "розбий на підзадачі", "виділяй головне", "модифікуй", "розглянь можливі випадки" та інші.

Розв'язуючи стереометричні задачі, школярі сприймають вже не окремі поняття, а їх сукупність і взаємозв'язки. Іншими словами, дивлячись на зображення чотирикутної піраміди, старшокласник бачить комбінацію трикутників з їх певними елементами (бічні грані), чотирикутник в основі зі своїми властивостями, аналізуючи які приходять до висновку стосовно точки, в яку проєктується вершина, а як наслідок приходять до усвідомлення специфічних властивостей ребер або граней піраміди. Тобто, вже з перших уро-

ків стереометрії 11 класу учень працює з системою понять, що безпосередньо вказує на той факт, що старшокласник міркує поняттями, використовуючи при цьому різноманітні евристичні прийоми, залучаючи усі види мислення, запам'ятовуючи зв'язки між об'єктами, що вивчаються. Використання евристичних прийомів у процесі формування геометричних понять не суперечить психологічним передумовам здійснення такої діяльності, а навпаки, інтенсифікує їх за рахунок підвищення пізнавальної активності школярів та невичерпних можливостей для всебічного дослідження об'єктів.

Отже, за допомогою евристичних прийомів старшокласник узагальнює, систематизує, всебічно досліджує поняття, співвідносить їх з уже вивченими, що і дозволяє вивчати складні стереометричні фігури та їх елементи.

**Висновки з даного дослідження і перспективи подальших розвідок у даному напрямку.** Підсумовуючи вищевикладене, зазначимо, що організація евристичної діяльності під час формування геометричних понять, зокрема, систематичне використання евристичних прийомів, є ефективним засобом для підвищення якості знань учнів з геометрії, підготовки їх до вступу у вищі навчальні заклади, розвитку дослідницьких, комунікативних здібностей. У свою чергу така діяльність повинна мати підґрунтя, що уявляє собою використання евристичних прийомів під час формування геометричних понять в основній школі, оволодіння учнями на певному рівні попередніх понять та евристичних прийомів. Тому, враховуючи все сказане та потреби сучасного суспільства, вважаємо питання здійснення евристичної діяльності учнів при вивченні понять геометрії актуальним та таким, що потребує подальшого вивчення та розробки.

#### ЛІТЕРАТУРА

##### (REFERENCES TRANSLATED AND TRANSLITERATED)

1. Божович Л.И. Личность и ее формирование в детском возрасте / Л.И. Божович. – М.: Питер, 2008. – 358 с.  
*Bozhovich L.I. Lich'nost' i eyo formirovanie v detskom vozraste [Personality and its formation in childhood] / L.I. Bozhovich. – M.: Piter, 2008. – 358 s.*
2. Вікова та педагогічна психологія / [Скрипченко О.В., Долинська Л.В., Огороднійчук З.В., Булах І.С. та ін.]; за ред. О.В. Скрипченко. – [2-е вид., доп.]. – К.: Каравела, 2009. – 400 с.  
*Vikova ta pedagogichna psihologiya / [Developmental and pedagogical psychology] / [Skrypchenko O.V., Dolinska L.V., Ogorodnychuk Z.V., Bulakh I.S. i in.]. – K.: Caravella, 2009. – 400 s.*
3. Гамезо М.В. Возрастная и педагогическая психология: [учеб. пособие для студентов всех специальностей педагогических вузов] / Гамезо М.В., Петрова Е.А., Орлова Л.М. – М.: Педагогическое общество России, 2003. – 512 с.  
*Gamezo M.V. Vozrastnaya i pedagogicheskaya psihologiya [Developmental and pedagogical psychology] / Gamezo M.V., Petrova E.A., Orlova L.M. – M.: Pedagogicheskoe obshestvo Rossii, 2003. – 512 s.*
4. Гуцало Е.У. Психологія. Частина II. Навчально-методичний посібник / Емілія Ун-Сунівна Гуцало. – Кіровоград: поліграфічно-видавничий центр "Імекс LTD", 2010. – 128 с.  
*Gutsalo E.U. Psihologiya. Chastina II. [Psychology. Part 2] / Emiliya Un-Sunivna Gutsalo. – Kirovograd: poligrafichno-vidavnichy center "Imeks LTD", 2010. – 128 s.*
5. Скафа Е.И. Эвристическое обучение математике: теория, методика, технология: [монография] / Елена Ивановна Скафа. – Донецк: ДонНУ, 2004. – 439 с.  
*Scafa E.I. Evristicheskoe obuchenie matematike: teoriya, metodika, tehnologiya [Heuristic learning of mathematics: theory, methodology, technology] / E.I. Scafa. – Donetsk, DonNU, 2004. – 439 s.*
6. Фельдштейн Д.И. Проблемы возрастной и педагогической психологии / Д. И. Фельдштейн. – М.: Международная педагогическая академия, 1995. – 368 с.  
*Fel'dshtein D.I. Problemy vozrastnoy i pedagogicheskoy psihologii [Problems of Developmental and pedagogical psychology] / D.I. Fel'dshtein. – M.: Mezhdunarodnaya pedagogicheskaya akademiya, 1995. – 368 s.*

**Ambrozyak O.V. The role of the heuristic techniques in the formation of stereometrical concepts to students of in high school**

**Abstract.** The article considers the possibilities of using heuristic procedure in the process of forming of stereometric concepts in early youthful age. The author defines the role of heuristic procedure in terms of organization and management of heuristic activities students of high school. In the article justified the use of rationality of heuristic techniques and heuristic activity during the formation of heuristic concepts by comparing the requirements of heuristic learning of mathematics and age characteristics students of high

school. The author distinguishes from the general classification of heuristic techniques those that are most effective in the formation of stereometric concepts separately in 10th and 11th forms. The example shows the possibility of a heuristic approach to the formation of the concepts of the theme of "Lines in Space". The author focuses on the use of several heuristic techniques, allowing more deeply and comprehensively examine the objects and concepts that describe them. The systematic use of heuristic techniques to forming of stereometrical concepts have to be based on similar activities in the course of geometry of the middle classes in the formation of geometric concepts. Question of the heuristic activity of students in the study of geometric concepts are relevant and require further study.

**Keywords:** *methodology of teaching mathematics, heuristic, geometry, the concept, senior, solid geometry.*

**Амброзяк О.В. Роль эвристических приемов в формировании стереометрических понятий у учеников старшей школы**

**Аннотация.** Статья посвящена рассмотрению возможностей использования эвристических приемов в процессе формирования стереометрических понятий в раннем юношеском возрасте. Автором определена роль эвристических приемов в условиях осуществления организации и управления эвристической деятельности учеников старших классов. В статье обоснована рациональность использования эвристических приемов и эвристической деятельности при формировании эвристических понятий на основе сравнения требования эвристического обучения математики и возрастных особенностей старшеклассников. Автор выделяет из общей классификации эвристических приемов те, которые являются наиболее эффективными в процессе формирования понятий стереометрии отдельно в 10 и 11 классах. На примере показано возможности эвристического подхода к формированию понятий темы "Прямые в пространстве". Автор делает акцент на использовании сразу нескольких эвристических приемов, что дает возможность более глубоко и всесторонне исследовать объекты и понятия, которые их описывают. Систематическое использование эвристических приемов для формирования стереометрических понятий обязательно должно осуществляться на основе аналогичной деятельности в курсе геометрии средних классов при формировании геометрических понятий. Вопрос осуществления эвристической деятельности учеников при изучении геометрических понятий являются актуальным и требует дальнейшего исследования.

**Ключевые слова:** *методика обучения математике, эвристика, геометрия, понятия, старшеклассник, стереометрия.*