Жук І.В.

Зв'язок між радіанною та градусною мірою кута з точки зору наближених обчислень

Жук Ірина Володимирівна, аспірант кафедри математики, теорії і методики навчання математики
Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова, м. Київ, Україна

Анотація. У статті розглядається питання переведення міри кута з радіанної у градусну і навпаки з використанням методів наближених обчислень. З цієї метою використовуються метод підрахунку правильних цифр і метод меж. Автором розроблено правила-орієнтири для запису кута, вираженого десятковим дробом, у градусах, минутах і секундах.

Ключові слова. *Градусна міра кута, радіанна міра кута, градуси, минути, метод підрахунку правильних цифр, метод меж, межа абсолютної похибки, правильні цифри, сумнівні цифри,точність результату*

Основною метою вивчення теми «Тригонометричні функції» в курсі алгебри і початків аналізу 10 класу є формування поняття тригонометричних функцій числового аргументу, вивчення їх властивостей та побудова графіків; обчислення значень функцій за відомим значенням аргументу та навпаки, знаходження величини кута за відомим значенням однієї з тригонометричних функцій; формування умінь знаходити значення тригонометричних функцій, якщо відоме значення однієї із них; виконувати перетворення тригонометричних виразів [3].

Розпочинається вивчення матеріалу із введення поняття радіана, яке є одним із основних понять в тригонометрії. Знайомство з ним пов'язане із рядом труднощів, одна з яких полягає в тому, що старшокласники не розуміють потреби у використанні ще однієї одиниці вимірювання кутів, вважаючи, що градусної міри цілком достатньо. Як зазначає З.І. Слєпкань, «у зв'язку із переходом від градусної міри кутів до радіанної і навпаки, учні допускають помилки в наближених обчисленнях» [5, с. 106].

Загалом питання застосування наближених обчислень до вивчення тригонометрії заслуговує на особливу увагу. Зазначену проблему вивчали такі науковці і методисти як В.М. Брадіс, З.І. Слєпкань, В.О. Швець, В.М. Кліндухова та ін. Одні з них, наприклад В.М. Брадіс, З.І. Слєпкань під час тригонометричних розрахунків використовували такі засоби обчислень як номограми, логарифмічні лінійки та таблиці Брадіса. В сучасній школі такі засоби тепер не використовуються. На допомогу учням прийшли калькулятори та комп'ютери. Інші науковці та методисти досліджували застосування тригонометричних функцій до розв'язування трикутників в курсі геометрії основної школи. Проблема ж зв'язку між радіанною та градусною мірами кута, їх переведення з одних одиниць в інші з точки зору наближених обчислень в сучасних умовах залишається недослідженою.

Мета статті **–** розробити методичні рекомендації щодо застосування методів наближених обчислень для переведення градусної міри кута в радіанну і навпаки під час вивчення теми «Тригонометричні функції» в курсі алгебри і початків аналізу 10 класу.

Означення. *Кутом в один радіан називають центральний кут, який спирається на дугу, довжина якої дорівнює радіусу кола* [1].

Як показує практика, учням одного означення для розуміння даного поняття виявляється недостатньо. Тому доцільно провести пояснення навчального матеріалу наступним чином.

Розглянемо коло з центром в початку координат і радіусом $R=1$. Довжина кола обчислюється за формулою $C=2\pi R$, де $R=1$. Тоді $C=2\pi$ радіан. Половина довжини кола буде дорівнювати π радіан. Половині кола, як дузі, відповідає міра 180 градусів. Отже, дуга довжиною π радіан стягує центральний кут, міра якого 180^0. Маємо: куту π радіан відповідає його градусна міра 180^0; куту в 1 радіан відповідає його градусна міра $\frac{180^\circ}{\pi}$.

Число π є ірраціональним, станом на кінець 2013 року визначено 12 трильйонів його десяткових знаків [6]. Тому під час обчислень воно може бути замінене лише наближеним значенням. Відповідно виникає необхідність застосування методів наближених обчислень до переведення градусної міри кута в радіанну і навпаки. Різні обчислювальні засоби дають від шести до тридцяти десяткових знаків у записі числа π, всі цифри якого – правильні. Логічно виникає питання, як правильно перевести міру кута з одних одиниць вимірювання в інші, щоб отриманий результат був записаний за допомогою правильних цифр?

Як відомо π=3,1415… **.** Округлимо до сотих це число з недостачею та з надлишком і застосуємо властивості числових нерівностей:

$$3{,}14<\pi<3{,}15;\ \frac{1}{3{,}15}<\frac{1}{\pi}<\frac{1}{3{,}14};$$

$$\frac{180^\circ}{3{,}15}<\frac{180^\circ}{\pi}<\frac{180^\circ}{3{,}14};$$

$$(57{,}14285\ldots)^\circ<\frac{180^\circ}{\pi}<(57{,}32484\ldots)^\circ;$$

$$(57{,}1)^\circ<\frac{180^\circ}{\pi}<(57{,}4)^\circ.$$

Таким чином:

$$1\ \text{радіан}=\frac{57{,}4^\circ+57{,}1^\circ}{2}\pm\frac{57{,}4^\circ-57{,}1^\circ}{2}=57{,}25^\circ\pm0{,}15^\circ.$$

Оскільки отримане наближене значення містить лише дві правильні цифри, то 1 рад≈57°.

У шкільних підручниках учням пропонується послуговуватись саме таким наближеним значенням радіана. Проте часто під час розв'язування прикладних задач буває недостатньо величини кута, визначеного з точністю до градуса. В таких випадках оцінку числа π потрібно робити з точністю до тисячних: 3,141< π <3,142, або з ще більш високою точністю.

Найбільш точне значення градусної міри кута в 1 радіан вказано у підручнику Н.Я. Віленкіна: 1 рад ≈ 57º17′45′′ [2, с. 224].

З іншого боку, трапляються ситуації, коли кут, виражений у градусах, потрібно перевести у радіани. Для цього можна скористатися аналогічними міркуваннями: куту 180° відповідає кут, міра якого π радіан; куту 1° відповідає кут, міра якого $\frac{\pi}{180}$ радіан. Тоді за властивостями числових нерівностей:

$$3{,}14 < \pi < 3{,}15; \qquad \frac{3{,}14}{180} < \frac{\pi}{180} < \frac{3{,}15}{180};$$

$$0{,}017(4) < \frac{\pi}{180} < 0{,}0175; \qquad 0{,}0174 < \frac{\pi}{180} < 0{,}0175.$$

Таким чином,

$$1^\circ = \frac{0{,}0175 + 0{,}174}{2} \pm \frac{0{,}0175 - 0{,}174}{2} = .$$
$$= 0{,}01745 \pm 0{,}00005 \ (\textit{рад})$$

У посібнику З.І. Слєпкань [5, с. 108] застосовується рівність $1^\circ = \frac{\pi}{180} \approx 0{,}01745$ радіан.

Ще одна особливість, з якою зустрічаються учні, полягає у формі запису градусної міри кутів, отриманої в результаті обчислень.

Приклад 1. Визначити градусну міру кутів правильного опуклого семикутника.

Розв'язування. З курсу планіметрії учням відомо, що градусна міра зазначених кутів може бути обчислена за формулою $\frac{180^\circ(n-2)}{n}$, де n = 7 – кількість сторін (кутів) многокутника. Тоді

$$\frac{180^\circ(n-2)}{n} = \frac{180^\circ \cdot 5}{7} = 128,(571428)^\circ.$$

Практика показує, що старшокласники, під час виконання такого роду завдань, записують відповідь формально, подаючи її у вигляді числа, що є періодичним десятковим дробом. Зміст такого запису для них є мало зрозумілим. Тому виникає питання: як перевести цей дріб у величину, виражену у градусах, минутах та секундах?

Нехай нескінченний десятковий дріб $\overline{0,abcdef\ldots}$, виражає градусну міру кута. Переведемо цю величину в минути та секунди, пам'ятаючи, що один градус містить 60 минут, а минута – 60 секунд:

$$(\overline{0,abcdef\ldots})^\circ = \left(\frac{a}{10} + \frac{b}{100} + \frac{c}{1000} + \frac{d}{10000} + \ldots\right)^\circ =$$
$$= \left(\frac{a}{10}\cdot 60\right)' + \left(\frac{b}{100}\cdot 60\right)' + \left(\frac{c}{1000}\cdot 60\right)' + \ldots =$$
$$= (6a)' + (0{,}6b)' + (0{,}06c)' + \ldots$$

Зрозуміло, що a, b, c, d,… – цифри, тому $(6a)' \le 54'; (0{,}6b)' \le 5{,}4'; (0{,}06c)' \le 0{,}54';\ldots$.

Тоді $(\overline{0,abcdef\ldots})^\circ \le (59{,}99\ldots)'$. Таким чином, для визначення наближеного значення кількості минут потрібно не більше трьох десяткових знаків заданого дробу. Аналогічно міркуючи, можна показати, що для визначення кількості секунд потрібно не більше трьох десяткових знаків міри кута, вираженої у минутах. Оскільки переведення у минути дає два десяткових знаки, то для переведення міри кута у секунди потрібно взяти ще одну цифру. Тобто, загалом потрібно не більше чотирьох десяткових знаків заданого дробу.

Таким чином, повертаючись до прикладу, отримаємо

$$128,(571428)^\circ \approx 128{,}5714^\circ =$$
$$= 128^\circ + (5\cdot 6)' + (7\cdot 0{,}6)' + (1\cdot 0{,}06)' + (4\cdot 0{,}006)' =$$
$$= 128^\circ + 30' + 4{,}2' + 0{,}06' +$$
$$+ 0{,}024' = 128^\circ + (34{,}284)'.$$

Переведемо $(34{,}284)'$ у минути та секунди:

$$(34{,}284)' = 34' + (2\cdot 6)'' + (8\cdot 0{,}6)'' + (4\cdot 0{,}006)'' =$$
$$= 34' + 17{,}04'' \approx 34'17''.$$

Отже, $128,(571428)^\circ \approx 128^\circ 34' 17''$.

Відповідь. $\approx 128^\circ 34' 17''$.

Слід зауважити, що точність, з якою записується відповідь, залежить від змісту завдання, проте практична сторона свідчить, що вимірювання з точністю до минут є досить точними, тому на практиці їх запису для учнів достатньо. Отже, у разі, якщо градусну міру кута потрібно записати з точністю до минут, досить округлювати її до трьох десяткових знаків і переводити у градуси та минути. Якщо ж потрібно записати градусну міру кута з точністю до секунд, то досить округлити її не більше, ніж до чотирьох десяткових знаків і переводити у градуси та минути, після чого десяткову частину минут переводити у секунди. Зроблений висновок дає змогу сформулювати наступний алгоритм переведення градусної міри кута, вираженого десятковим дробом, у градуси, минути і секунди:

1. *Записати градусну міру кута у вигляді десяткового дробу, округливши його до чотирьох десяткових знаків за правилами округлення.*
2. *Подати її у вигляді суми цілої та дробової частини. Дробову частину перевести у минути, для цього помножити розряд десятих на 6; розряд сотих на 0,6; тисячних – на 0,06; десятитисячних – на 0,006 відповідно, а отримані добутки додати.*
3. *Дробову частину, що виражає кількість минут перевести у секунди, для цього помножити розряд десятих на 6; розряд сотих на 0,6; тисячних – на 0,06; десятитисячних – на 0,006 відповідно, а отримані добутки додати.*
4. *Округлити отримане число до секунд.*

У сучасних підручниках з алгебри та початків аналізу система вправ, що передбачає операції переведення градусної міри кута в радіанну і навпаки, пов'язана насамперед із використанням числа π та його частин. **Цей набір завдань слід поповнити завданнями, де міра кута виражається дійсним числом і вимірюється в радіанах, а також градусна міра якого виражена в минутах, секундах.** При цьому потрібно розрізняти ситуації, коли міра кута задана **точним** числом, а коли – **наближеним**.

Нехай міра кута виражена точним числом. Якщо вона виражена у градусах, то переведення її у радіанну міру можна здійснити двома способами: в число, що показує частини числа π, з чим учні достатньо просто справляються; та в дійсне число. У разі, якщо міра кута виражена у градусах, то за методом підрахунку правильних цифр (далі–МППЦ) множимо градусну міру кута на наближене число 0,01745 і отримуємо потрібну величину. Якщо ж кут вимірюється у минутах та секундах, то спочатку переводимо його міру у десятковий дріб. Під час такого переведення число минут ділиться на 60 і додається число секунд, поділене на 3600. Результати ділення округлюються з точністю до чотирьох (або п'яти, де одна цифра – запасна) десяткових знаків, використовуючи правила округлення.

Якщо в процесі переведення міри кута з градусної у радіанну слід визначити точність отриманої відповіді, то використовують методом меж. Нехай градусна міра кута, виражена десятковим дробом, дорівнює α. Тоді радіанна міра кута виражається числом $\frac{\alpha\pi}{180}$. За описаним вище методом оцінюємо число π десятковими дробами з точністю до сотих: $3{,}14<\pi<3{,}15$; $\frac{3{,}14\alpha}{180}<\frac{\alpha\pi}{180}<\frac{3{,}15\alpha}{180}$.

За допомогою калькулятора можна визначити правильні цифри і обчислити нижню та верхню межу наближеного значення міри кута, пам'ятаючи про те, що нижня межа округлюється з недостачею, а верхня – з надлишком. Якщо межа абсолютної похибки дуже велика, або точність отриманого числа недостатньо висока, то повертаємося до оцінки числа π з більшою кількістю десяткових знаків: з трьома, чотирма тощо.

Якщо кут задано в радіанах, і він виражений у долях числа π, то правило його переведення у градуси описано у нині діючих підручниках. Для кута, вираженого дійсним числом, достатньо поділити його на наближене значення 0,01745 за МППЦ та здійснити переведення наближеного десяткового дробу в градуси за описаним вище алгоритмом. Оскільки множення або ділення в таких випадках виконується за МППЦ, то добуток повинен містити стільки значущих цифр, скільки їх є в наближеному числі з найменшою їх кількістю. У разі, якщо потрібно врахувати похибку, то користуються методом меж: за описаним вище алгоритмом оцінюють число π з точністю до двох (а у разі потреби і більшої кількості) десяткових знаків. Радіанну міру кута множать на 180° і за властивостями числових нерівностей ділять на відповідні межі числа π.

Приклад 2. За допомогою калькулятора знайдіть: а) радіанну міру кутів 16°; $42^\circ13'49''$; б) градусну міру кута 1,96. Міри кутів вважати точними числами.

Розв'язування. а) Нехай маємо кут 16 градусів. Переведемо градусну міру кута у радіанну:

$$16^\circ \approx 16\cdot 0{,}01745\text{рад} = 0{,}27920\text{рад} \approx 0{,}2792\text{рад}.$$

Як зазначалося вище, наближене число 0,01745 складається з чотирьох значущих цифр, число 16 є точним, отже за МППЦ у відповіді залишається чотири значущі цифри. Таким чином, $16^\circ \approx 0{,}2792\text{рад}$.

Застосуємо для виконання завдання метод меж.

За описаним вище алгоритмом $\frac{3{,}14\cdot 16}{180}<\alpha<\frac{3{,}15\cdot 16}{180}$, де α – заданий кут, міра якого виражена в градусах.

Тоді $0{,}279111\ldots<\alpha<0{,}28$; $0{,}27<\alpha<0{,}28$;

$$\alpha=\frac{0{,}28+0{,}27}{2}\pm\frac{0{,}28-0{,}27}{2}=0{,}275\pm0{,}005\text{радіан}.$$

Як видно, правильними є лише перших два десяткових знаки отриманого числа.

Межа відносної похибки

$$\varepsilon=\frac{0{,}005}{0{,}275}\cdot100\%=1{,}81\ldots\%\approx1{,}9\%.$$

Учням слід нагадати, що ***округлення меж похибок здійснюється тільки з надлишком***. Така похибка є допустимою, тому немає потреби брати більш точні значення числа π.

Таким чином, порівнюючи результати переведення міри кута 16° у радіанну, можна зробити наступні висновки: під час обчислень за методом меж у відповіді записуються лише правильні цифри – їх дві, а під час обчислень за МППЦ окрім правильних цифр, у відповіді містяться і сумнівні цифри. Тому визначити межу абсолютної похибки під час використання МППЦ неможливо. Якщо ж округлити результати до сотих, залишаючи у відповіді лише правильні цифри, то отримаємо однаковий результат: $16^\circ\approx0{,}28\,\text{радіан}$. Тому у разі, якщо відсутня потреба обчислювати межі похибок, доцільно користуватися МППЦ – він менш громіздкий та зручніший у використанні.

Нехай задано кут $42^\circ13'49''$. Насамперед його потрібно записати у вигляді десяткового дробу. Зрозуміло, що у такій ситуації доцільно спочатку додати звичайні дроби і лише потім подавати їх суму у вигляді десяткового дробу. Міру кута достатньо записати з чотирма значущими цифрами:

$$42^\circ13'49''=42^\circ+\left(\frac{13}{60}\right)^\circ+\left(\frac{49}{3600}\right)^\circ=$$

$$=42^\circ+\left(\frac{829}{3600}\right)^\circ=42^\circ+0{,}2302777\ldots^\circ\approx42{,}23^\circ.$$

Тоді

$$42^\circ13'49''\approx42{,}23\cdot0{,}01745\,\text{рад}=0{,}7369135\approx0{,}7369\,\text{рад}.$$

Отже, $42^\circ13'49''\approx0{,}7369\,\text{рад}$.

Застосуємо для виконання завдання метод меж. За описаним вище алгоритмом

$$\frac{3{,}14\cdot42{,}2}{180}<\alpha<\frac{3{,}15\cdot42{,}3}{180},$$

де α – заданий кут, міра якого виражена в градусах. Десятковий запис градусної міри кута округляємо до трьох значущих цифр, оскільки число π записано за допомогою трьох значущих цифр. Тоді

$0{,}736155\ldots<\alpha<0{,}74025$; $0{,}73<\alpha<0{,}75$;

$$\alpha=\frac{0{,}75+0{,}73}{2}\pm\frac{0{,}75-0{,}73}{2}=0{,}74\pm0{,}01\,(\text{рад}).$$

Як видно, правильним є лише перший десятковий знак отриманого числа. Межа відносної похибки $\varepsilon=\frac{0{,}01}{0{,}74}\cdot100\%=1{,}35\ldots\%\approx1{,}4\%$. Отже,

$$42^\circ13'49''=0{,}74\pm0{,}01\,(\text{рад}).$$

Легко помітити, що результати наближених обчислень різними методами збігаються у записі правильних цифр кінцевого результату.

б) Подамо радіанну міру кута у градусах:

$$1{,}96\approx(1{,}96:0{,}01745)^\circ=(112{,}3209\ldots)^\circ\approx112{,}3^\circ.$$

За МППЦ частка записується з чотирма значущими цифрами, оскільки 0,01745 містить чотири значущі цифри, а 1,96 – точне число. За описаним вище алгоритмом переводимо десятковий дріб у минути і секунди: $112{,}3^\circ = 112^\circ + (3\cdot 6)' = 112^\circ 18'$. Отже, $1{,}96 \approx 112^\circ 18'$.

Для переведення точних величин також можна використовувати онлайн конвертер переведення мір кутів, що розташований за електронною адресою http://www.unitjuggler.com/перевод-angle-из-arcmin-в-rad.html. Він дає можливість обрати одиниці вимірювання вихідної величини. Зручність його полягає у тому, що градусна міра кута подається з точністю до секунд, де цифри результату є правильними. Окрім цього, відповідь також представлена у вигляді десяткового дробу. Але слід пам'ятати, що кут, виражений у градусах потрібно спочатку подати у вигляді десяткового дробу, або перевести у минути чи секунди.

Застосуємо метод меж для виконання цього завдання. За звичним для старшокласників записом $1{,}96\text{ рад} = \left(\frac{1{,}96\cdot 180}{\pi}\right)^\circ$. Тоді за властивостями числових нерівностей $\frac{1{,}96\cdot 180}{3{,}15} < \frac{1{,}96\cdot 180}{\pi} < \frac{1{,}96\cdot 180}{3{,}14}$;

$112 < \frac{1{,}96\cdot 180}{\pi} < 112{,}356\ldots$; $\quad 112 < \frac{1{,}96\cdot 180}{\pi} < 112{,}4$;

$1{,}96\text{рад} = \frac{112{,}4+112}{2} \pm \frac{112{,}4-112}{2} = 112{,}2^\circ \pm 0{,}2^\circ$.

Як видно, правильним є три перших цифри отриманого числа. Межа відносної похибки

$$\varepsilon = \frac{0{,}2}{112{,}2}\cdot 100\% = 0{,}178\ldots\% \approx 0{,}2\%.$$

Відповідь. а) $16^\circ = 0{,}275 \pm 0{,}005(\text{рад})$;

$42^\circ 13' 49'' = 0{,}74 \pm 0{,}01(\text{рад})$; б) $1{,}96\text{рад} = 112{,}2^\circ \pm 0{,}2^\circ$.

Для ситуації, коли величина кута виражена наближеним числом, також доцільно використовувати метод меж. У такій ситуації верхня і нижня межа міри кута вважаються точними числами, над якими проводимо операції аналогічно до описаного випадку, коли міри кутів виражаються точним числом. Метод меж дозволить визначити правильні цифри результату, а також межу абсолютної похибки обчислень.

Приклад 3. За допомогою калькулятора знайдіть: а) радіанну міру кута 16°; б) градусну міру кута 0,3 рад. Міри кутів вважати наближеними числами.

Розв'язання. а) Переведемо у радіанну міру кут $\alpha \approx 16^\circ$. Точність практичного вимірювання кута дорівнює ціні поділки вимірювального пристрою. Таким чином, якщо кут задається у градусах, то межа абсолютної похибки не перевищує 1°. Тоді

$15^\circ < \alpha < 17^\circ$; $\frac{15\pi}{180} < \alpha < \frac{17\pi}{180}$; $\frac{15\cdot 3{,}14}{180} < \alpha < \frac{17\cdot 3{,}15}{180}$;

$0{,}261666\ldots < \alpha < 0{,}2975$.

Перші дві цифри співпадають для верхньої та нижньої меж, отже, вони правильні. Перевіримо, чи буде правильною третя цифра. Нижню межу округлюємо з недостачею, верхню – з надлишком. Тоді

$$0{,}26 < \alpha < 0{,}30 \text{ радіан},$$

звідки

$$16^\circ = \left(\frac{0{,}30+0{,}26}{2} \pm \frac{0{,}30+0{,}26}{2}\right)\text{рад} = (0{,}28 \pm 0{,}02)\text{рад}.$$

Таким чином $16^\circ = (0{,}28 \pm 0{,}02)\text{радіана}$. Третя цифра числа є сумнівною. Якщо радіанну міру кута виражати лише правильними цифрами, то за правилами округлення $0{,}28 \approx 0{,}3$. Під час округлення виникає так звана похибка округлення, яка дорівнює $|0{,}3 - 0{,}28| = 0{,}02$. У таких випадках діє правило: похибка округлення додається до числа, що виражає точність наближеного значення $h = 0{,}02 + 0{,}02 = 0{,}04\text{рад}$. Звідси

$$16^\circ = (0{,}3 \pm 0{,}04)\text{радіана}.$$

Тоді межа відносної похибки

$$\varepsilon = \frac{0{,}04}{0{,}3}\cdot 100\% = 13{,}33\ldots\% \approx 13{,}4\%.$$

Як видно, точність отриманого результату недостатньо висока. Тому можна спробувати її покращити, округливши число π до тисячних.

б) Переведемо у градусну міру кут $\alpha \approx 0{,}3$рад. Усі цифри числа за правилом Крилова є правильними, отже межа абсолютної похибки не перевищує половини одиниці останнього розряду. Тоді

$0{,}25 < \alpha < 0{,}35$; $\quad \frac{0{,}25\cdot 180}{\pi} < \alpha < \frac{0{,}35\cdot 180}{\pi}$;

$\frac{0{,}25\cdot 180}{3{,}142} < \alpha < \frac{0{,}35\cdot 180}{3{,}141}$; $\quad 14{,}322\ldots < \alpha < 20{,}057\ldots$;

$10 < \alpha < 21$; $\quad \alpha = \left(\frac{30+10}{2} \pm \frac{30-10}{2}\right)^\circ = (20 \pm 10)^\circ$.

Як видно з результату, вже перша цифра отриманого числа є сумнівною. Це означає, що вимірювання кута в радіанах було здійснене «грубо».

Зауваження. За МППЦ $\alpha \approx 0{,}3\cdot 57^\circ = 17{,}1 \approx 20^\circ$. Увагу учнів слід звернути на те, що в числі 0,3 лише одна значуща цифра, тому відповідь округляємо до однієї значущої цифри. У такому разі нуль в записі числа 20 є неправильною цифрою.

Відповідь. а) $16^\circ \approx 0{,}3$рад з точністю h = 0,04 рад; б) $0{,}3 \approx 20^\circ$ з точністю h =10°.

Таким чином, під час вивчення теми «Тригонометричні функції» у старшокласників формуються навички роботи з наближеними величинами, удосконалюються уміння застосовувати методи наближених обчислень до розв'язання прикладних задач, здійснюються міжпредметні зв'язки та зв'язок математики із життям.

ЛІТЕРАТУРА

1. Алгебра і початки аналізу : Підручник для 10 кл. загальноосв. навч. закладів: академічний рівень/ Мерзляк А.Г., Номіровський Д.А., Полонський В.Б., Якір М.С. – Х.:Гімназія, 2010. – 416с.
2. Алгебра и математический анализ для 10 класса: Учеб. пособие для учащихся шк. и классов с углубл. изуч. математики / Н.Я. Виленкин, О.С. Ивашев-Мусатов, С.И. Шварцбурд. – 3-є изд., дораб. – М.: Просвещение, 1992. – 335с.
3. Збірник програм з математики для допрофільної підготовки та профільного навчання (у двох частинах). Ч.ІІ. Профільне навчання / Упоряд. Н.С.Прокопенко, О.П. Вашуленко,

О.В. Єргіна. – Х.:Вид-во «Ранок», 2011. – 384с. – (Факультативи та курси за вибором).
4. Кліндухова В.М. Вивчення наближених обчислень в основній школі: Дис. канд. пед. наук: 13.00.02. – К., 2008. – 316с.
5. Слєпкань З.І. Методика викладання алгебри і початків аналізу. К., Рад. школа, 1978. – 224 с.
6. http://www.numberworld.org/misc_runs/pi-10t/details.html

REFERENCES TRANSLATED AND TRANSLITERATED

1. Algebra and elements of analysis: Textbook for 10 form teach. institutions, academic level / Merzljak A.Gh., Nomirovsjkyj D.A., Polonsjkyj V.B., Jakir M.S. – X.:Ghimnazija, 2010. – 416 p.
2. Algebra and mathematical analysis for 10 form: Textbook for students and classes with depth study of mathematics / N.Ja. Vylenkyn, O.S. Yvashev-Musatov, S.Y. Shvarcburd. – 3d ed., modified. – M.: Enlightenment, 1992. – 335 p.
3. Collection of programs in mathematics for pre profile training and specialized training (in two parts). CH.II. Profile Education / Compil. N.S.Prokopenko, A.P. Vashulenko, A.V. Yergin. – H: Type-in "Morning", 2011. – 384p. – (Elective courses).
4. Klindukhova V.M. The study of approximate calculations in elementary school: Dis. candidate ped. sciences: 13.00.02. – K., 2008. – 316 p.
5. Sljepkanj Z.I. Methods of teaching algebra and principles of analysis. K., Rad. shkola, 1978. – 224 p.

Zhuk I.V. Relationship between radiannoyu and degree measure of the angle in terms of approximate calculations.

Abstract. The issue on converting radian measure of an angle to degree measure and back using the methods of approximate calculations is considered in the article. For this purpose, the method of calculating the correct digits and the method of limits are used. The author has developed the guideline rules for recording the angle expressed in decimal fraction, degrees, minutes and seconds.

Keywords: *Degree measure of an angle, radian measure of an angle, degrees, minutes, method of calculating the correct digits, method of limits, absolute limit of error, correct digits, doubtful digits, accuracy of results*

Жук И.В. Связь между радианной и градусной мерой угла с точки зрения приближенных вычислений.

Аннотация. В статье рассматриваются вопросы перевода меры угла из радианной в градусную и наоборот с использованием методов приближенных вычислений. С этой целью используются метод подсчета правильных цифр и метод границ. Автором разработаны правила-ориентиры для записи угла, выраженного десятичной дробью, в градусах, минутах, секундах.

Ключевые слова: *Градусная мера угла, радианная мера угла, градусы, минуты, метод подсчета правильных цифр, метод границ, граница абсолютной погрешности, правильные цифры, сомнительные цифры, точность результата*